

INFORME UIT-R SA.2065

**Protección del enlace de telemetría para interferometría
espacial con línea de base muy larga**

ÍNDICE

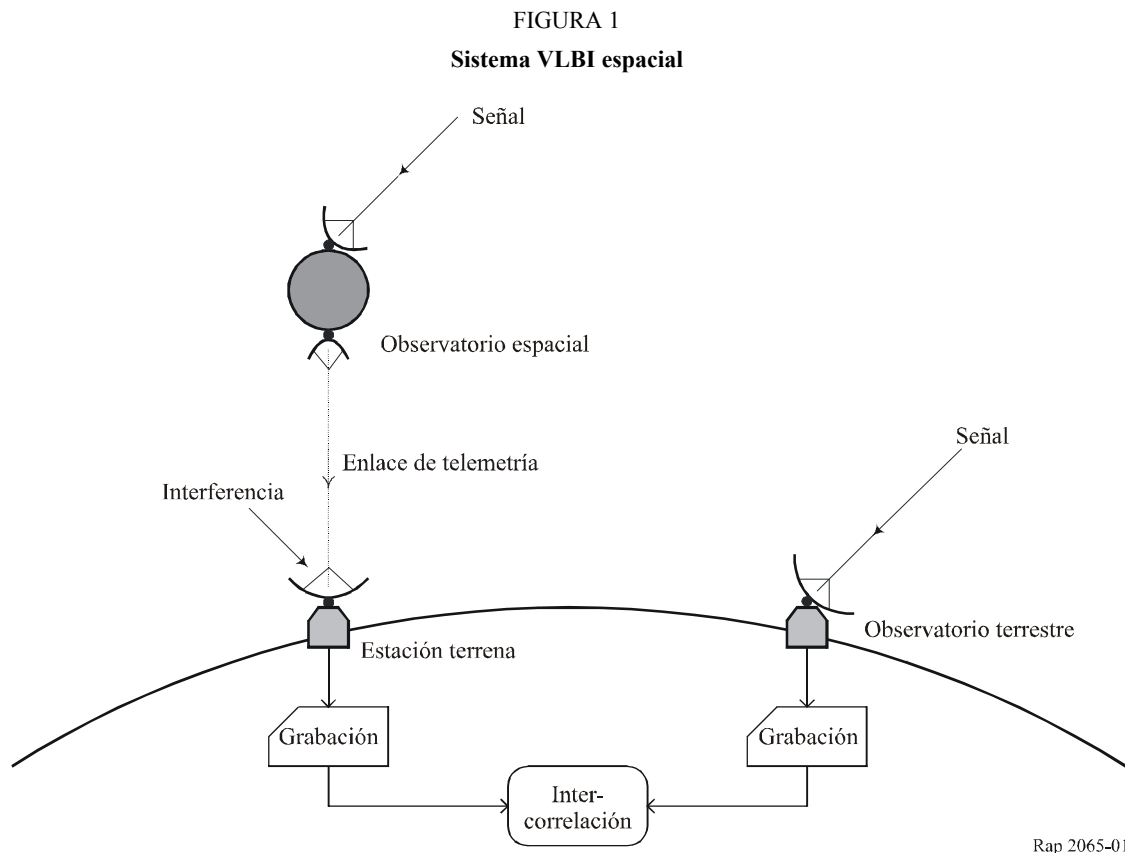
| | <i>Página</i> | |
|-------|--|----|
| 1 | Introducción..... | 2 |
| 2 | Sistema de VLBI espacial..... | 2 |
| 2.1 | Señal, ruido e interferencia en la telemetría VLBI espacial | 3 |
| 2.1.1 | Señal..... | 3 |
| 2.1.2 | Ruido e interferencia..... | 3 |
| 3 | Detección de la telemetría VLBI espacial | 3 |
| 3.1 | Receptor de telemetría | 3 |
| 3.1.1 | Filtro adaptado | 4 |
| 3.2 | Tasa de errores en los bits (BER) en telemetría..... | 5 |
| 4 | Intercorrelación en la VLBI espacial..... | 6 |
| 4.1 | Intercorrelación de la señal observada digitalizada | 6 |
| 4.1.1 | Valor medio del producto de intercorrelación | 8 |
| 4.1.2 | Cálculo de $P_{+1 c}$ | 8 |
| 4.2 | Relación señal/ruido de intercorrelación (RSRI)..... | 9 |
| 5 | Cálculo de los criterios de interferencia en la telemetría de VLBI espacial..... | 11 |
| 5.1 | Degradaciones de la RSRI debido a la presencia de ruido e interferencia en el enlace de telemetría | 11 |
| 5.2 | Degradación tolerable debido a la interferencia | 12 |
| 5.3 | Cálculo de criterios de interferencia | 13 |
| | Referencias..... | 15 |

1 Introducción

La interferometría con línea de base muy larga (VLBI) se utiliza para lograr una muy alta resolución cuando se observan fuentes radioeléctricas. La VLBI tiene muchas aplicaciones en ciencia e ingeniería, que van desde la observación de fuentes radioeléctricas extragalácticas hasta la navegación y seguimiento de vehículos espaciales [Thompson y otros, 2001].

2 Sistema de VLBI espacial

La VLBI espacial consta de un observatorio a bordo de un vehículo espacial y un observatorio en tierra que en conjunto forman un interferómetro, como puede verse en la Fig. 1.



El enlace de telemetría transmite la señal desde el observatorio a bordo del vehículo espacial hasta la Tierra. Esta señal se degrada debido al ruido térmico y otras fuentes de ruido interno presentes en el enlace de telemetría espacio-Tierra y a la interferencia externa causada por otras estaciones radioeléctricas a la estación terrena receptora. Un factor de calidad adecuado en cuanto al enlace global de telemetría para la VLBI espacial es la degradación de la relación señal/ruido (RSR) de intercorrelación [Thompson y otros, 2001] y la Recomendación UIT-R SA.1344 – Banda de frecuencia y anchuras de banda preferidas para la transmisión de datos de interferometría espacial con línea de base muy larga. En el presente Informe se describen las características de la degradación de la RSR (RSRI) ocasionada por la interferencia existente en el enlace de telemetría.

2.1 Señal, ruido e interferencia en la telemetría VLBI espacial

Para analizar el enlace de telemetría supondremos que en dicho enlace existe una señal $s(t)$ y ruido $n(t)$ así como un señal interferente $I(t)$, de modo que la señal que se recibe es $s(t)+n(t)+I(t)$.

2.1.1 Señal

La señal es una portadora de potencia P y frecuencia f_c . Los datos se modulan mediante modulación por desplazamiento de fase cuaternaria diferencial (MDP-4D) e impulsos de datos rectangulares. Esta modulación de datos suprime la portadora. La señal tiene la forma siguiente:

$$s(t) = \sqrt{P} \left[\sum_k d_1[k] q(t-kT) \right] \cos(2\pi f_c t) + \sqrt{P} \left[\sum_k d_2[k] q(t-kT) \right] \sin(2\pi f_c t) \quad (1)$$

siendo T el periodo de símbolos cuaternario, y

$$q(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < T \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2)$$

es el impulso de datos rectangular. El periodo cuaternario de símbolos, T , es la inversa de la velocidad cuaternaria de símbolos ($R = 1/T$), que es, a su vez, igual a la mitad de la velocidad binaria de símbolos a la entrada del modulador MDP-4D. Las secuencias $d_1[k]$ y $d_2[k]$ son valores binarios: $d_1[k] = \pm 1$ y $d_2[k] = \pm 1$, resultantes de aplicar a los bits de datos una codificación diferencial de cuatro fases.

2.1.2 Ruido e interferencia

Se supone que el ruido $n(t)$ es siempre un ruido blanco, gaussiano y de promedio cero dentro de la banda pasante del receptor. Su densidad espectral de potencia unilateral en la banda pasante del receptor es N_0 .

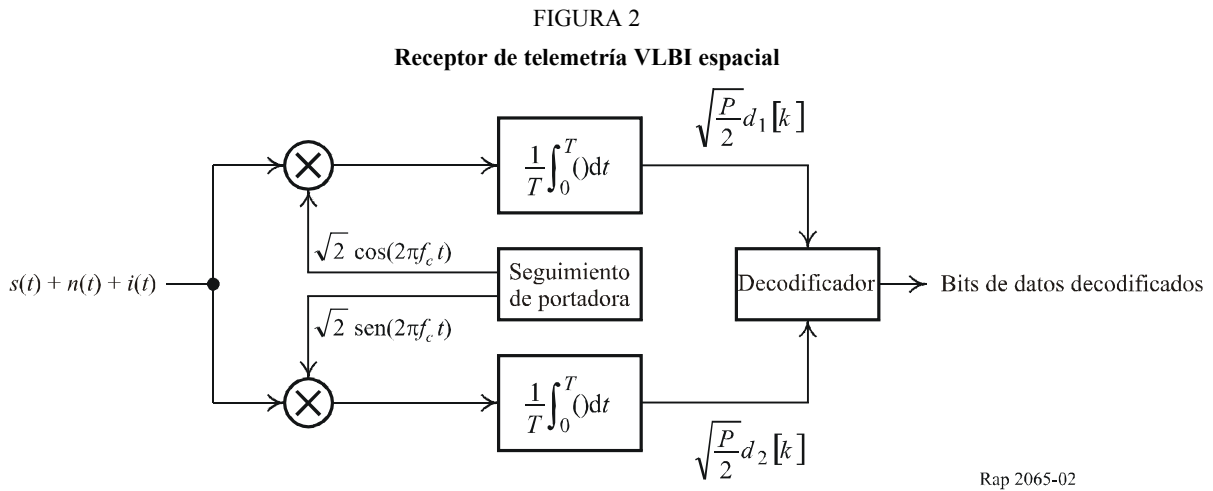
La señal interferente se caracteriza por una densidad espectral de potencia unilateral $S_i(f)$. Esta densidad es pasabanda y cabe suponer que su valor de cresta estará a una frecuencia cercana a f_c , puesto que de lo contrario no podría causar interferencia. Como esta densidad espectral de potencia es unilateral, la integral $\int_0^\infty S_i(f) df$ abarca toda la potencia de la señal interferente.

La densidad espectral de ruido, N_0 , y la densidad espectral de potencia de la señal interferente, $S_i(f)$, remiten al mismo punto en la cadena del receptor que la potencia de la señal, P . Por regla general, se toma como punto de referencia del receptor el terminal de entrada del amplificador de bajo nivel de ruido (LNA). La densidad espectral de ruido se obtiene a partir de la temperatura de ruido equivalente en dicho punto. La temperatura de ruido equivalente engloba la temperatura de ruido de la antena y todo el ruido que entra en la cadena del receptor después de la antena.

3 Detección de la telemetría VLBI espacial

3.1 Receptor de telemetría

El receptor multiplica la señal $s(t)+n(t)+I(t)$ por la señal de un oscilador local $\sqrt{2} \cdot \cos(2\pi f_c t + \varphi)$ y, en paralelo, por la señal $\sqrt{2} \cdot \sin(2\pi f_c t + \varphi)$ con el fin de crear canales en fase y en cuadratura, como puede verse en la Fig. 2.



Para simplificar el análisis, supondremos que la fase de seguimiento de la portadora es $\varphi = 0$. En el procesamiento real, el bucle de sincronización de la portadora MDP-4 sólo puede reducir φ a uno de cuatro valores. Sin embargo, la codificación diferencial garantiza que esta ambigüedad de fase de cuatro valores no afecte a la reconstrucción de los datos. En el presente análisis la hipótesis de que $\varphi = 0$ es verdadera, puesto que el efecto de la interferencia y el ruido sobre la detección de telemetría resulta idéntico para los cuatro valores posibles de φ .

Las señales deseadas que aparecen en la banda de base dentro de los canales del receptor en fase y en cuadratura son (con $\varphi = 0$):

$$\sqrt{\frac{P}{2}} \left[\sum_k d_1[k] q(t - kT) \right], \quad \text{y} \quad \sqrt{\frac{P}{2}} \left[\sum_k d_2[k] q(t - kT) \right]$$

3.1.1 Filtro adaptado

Cada uno de los canales del receptor en fase y en cuadratura disponen de un filtro adaptado, cuyo modelado consiste sencillamente en promediar en el tiempo durante T segundos (véase la Fig. 2). Así pues, las señales discretas en el tiempo disponibles resultantes de aplicar estos filtros adaptados son:

$$\sqrt{\frac{P}{2}} d_1[k], \quad \text{y} \quad \sqrt{\frac{P}{2}} d_2[k]$$

El ruido térmico, que contribuye a cada salida del canal receptor, se calcula del modo siguiente. El ruido de la banda de base en cada canal, antes del filtrado adaptado, es gaussiano y tiene una densidad espectral de ruido unilateral N_0 dentro de la anchura de banda de la banda de base. La potencia unitaria de la señal del oscilador local garantiza que el N_0 del ruido en la banda de base tenga el mismo valor numérico que el N_0 del ruido en la banda pasante previo a la detección. El modelo empleado para el ruido aditivo es un secuencia de variables aleatorias gaussianas y de promedio cero, que son estadísticamente independientes entre sí. El ruido a la salida del segundo canal del receptor tiene las mismas características estadísticas. Los ruidos de los dos canales del receptor son estadísticamente independientes, ya que las señales del oscilador local son ortogonales. La varianza de las variables aleatorias gaussianas es igual a la potencia de ruido dentro de la anchura de banda del filtro adaptado en el terminal de entrada del amplificador de bajo ruido. El

valor de esta varianza de ruido térmico σ_n^2 es igual a la potencia total de ruido térmico N y viene dada por la expresión:

$$N = \sigma_n^2 = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} N_0 \cdot \text{senc}^2(fT) \cdot df = \frac{N_0}{2T} \quad (3)$$

Dentro de la anchura de banda del filtro adaptado, la varianza de la señal de interferencia σ_i^2 es igual a la potencia de la señal de interferencia, I , en el terminal de entrada del amplificador de bajo ruido, y se calcula mediante la fórmula siguiente:

$$I = \sigma_i^2 = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} S_i(f + f_c) \cdot \text{senc}^2(fT) \cdot df \quad (4)$$

La función $\text{senc}()$ en las ecuaciones (3) y (4) se define por $\text{senc}(x) = \text{senc}(\pi x)/(\pi x)$.

3.2 Tasa de errores en los bits (BER) en telemetría

En presencia de ruido térmico únicamente, la probabilidad P_e de que un bit con codificación diferencial (símbolo) se detecte incorrectamente es:

$$P_e[n] = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{PT}{2N_0}} \right) = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (5)$$

siendo $\text{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-y^2} dy$ la función de error complementario. En la ecuación hemos utilizado que:

$$\frac{PT}{2N_0} = \frac{E_b}{N_0} \quad (6)$$

dado que T es el periodo cuaternario de símbolos.

La presencia de interferencia hace que cambie la varianza total a la salida de cada filtro adaptado de σ_n^2 a $(\sigma_n^2 + \sigma_i^2)$, lo que a su vez modifica la densidad espectral de ruido efectivo N_0 a $N_0 (\sigma_n^2 + \sigma_i^2) / \sigma_n^2$; así pues, la relación entre la energía efectiva por bit y la densidad espectral de ruido disminuye en un factor $\sigma_n^2 / (\sigma_n^2 + \sigma_i^2)$. En presencia de interferencia, la probabilidad de error en un símbolo viene dado por:

$$P_e[n, i] = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b \cdot \sigma_n^2}{N_0 (\sigma_n^2 + \sigma_i^2)}} \right) = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0} \cdot \frac{N}{N + I}} \right) \quad (7)$$

puesto que σ_i^2 es la potencia total de la señal de interferencia, I , y σ_n^2 es la potencia total de ruido, N .

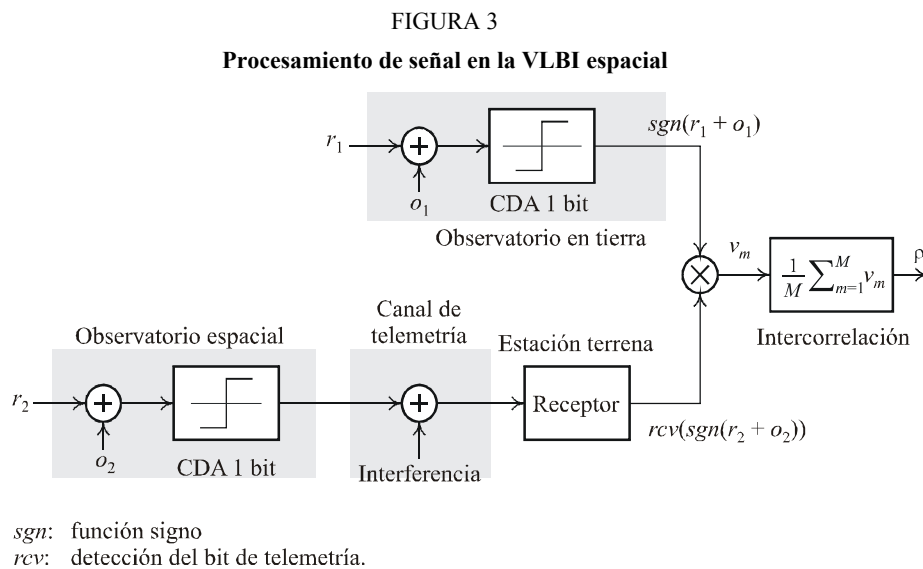
En el proceso de decodificación diferencial, la probabilidad de error cuando se detecta un bit con codificación diferencial (símbolo), P_e , y la probabilidad de error de un bit del mensaje, P_e , están relacionadas por la expresión:

$$BER = P_e = 2P_e(1 - P_e) \quad (8)$$

Obsérvese que la BER en la telemetría, es igual a P_e . De la ecuación (8) se desprende que en el caso de MDP-4D, cuando P_e es pequeña, $P_e \approx 2P_e$; es decir, un error en el bit con codificación diferencial genera por regla general dos errores en los bits del mensaje.

4 Intercorrelación en la VLBI espacial

La Fig. 3 indica el procesamiento de la señal utilizado en la VLBI espacial. El observatorio espacial digitaliza la señal observada que ha almacenado y la transmite a la estación terrena a través del enlace de telemetría espacio-Tierra. El observatorio en tierra también digitaliza la señal observada que ha almacenado y realiza la intercorrelación con la recibida del observatorio espacial.



4.1 Intercorrelación de la señal observada digitalizada

En el análisis que se expone acto seguido se presupone una cuantificación de un bit, que sirve, de hecho, para almacenar la señal más el ruido en los dos observadores del sistema VLBI espacial. Como modelo de estas señales almacenadas con cuantificación de un bit utilizamos valores ± 1 y definimos el producto de estas señales almacenadas por los dos observatorios del modo siguiente:

$$v = sgn(r_1 + o_1) \cdot rcv(sgn(r_2 + o_2)) \quad (9)$$

En esta ecuación, r_1 y r_2 son las señales de fuente radioeléctrica deseadas en los dos observatorios VLBI, y o_1 y o_2 representan el ruido en los dos observatorios de VLBI. En esta ecuación, $sgn()$ es la función signo, cuyo valor es $+1$ cuando su argumento es positivo y -1 cuando es negativo. El operador $rcv()$ representa la detección del bit de telemetría.

En ocasiones, el enlace de telemetría entre el observatorio espacial y la estación terrena invierte el signo del bit de telemetría. Por consiguiente, v puede adoptar la siguiente forma:

$$v = \begin{cases} + \operatorname{sgn}(r_1 + o_1) \cdot \operatorname{sgn}(r_2 + o_2) & \text{si el bit de telemetría es correcto} \\ - \operatorname{sgn}(r_1 + o_1) \cdot \operatorname{sgn}(r_2 + o_2) & \text{si el bit de telemetría es incorrecto} \end{cases} \quad (10)$$

El valor medio de las dos variables aleatorias r_1 y r_2 es cero, y sus varianzas antes de la cuantificación de un bit se indican mediante $\sigma_{r_1}^2$ y $\sigma_{r_2}^2$. En este análisis supondremos que se introduce un retardo de compensación que sincroniza perfectamente las dos señales de fuente radioeléctrica antes de multiplicar las dos señales almacenadas en los dos observatorios del sistema de VLBI. Es decir, r_2 es igual a r_1 después de haber aplicado un cambio de escala; dicho de otro modo, $r_2 = \alpha r_1$. En este caso,

$$E\{r_1 r_2\} = E\{\alpha r_1^2\} = \alpha \sigma_{r_1}^2 = \sigma_{r_1} \sigma_{r_2} \quad (11)$$

siendo $E\{\}$ el operador valor esperado.

Las variables aleatorias o_1 y o_2 tienen valor medio igual a cero y son gaussianas; sus varianzas antes de aplicar la cuantificación de un bit se representan como $\sigma_{o_1}^2$ y $\sigma_{o_2}^2$. En general,

$$\begin{aligned} \sigma_{r_1} &\ll \sigma_{o_1} \\ \sigma_{r_2} &\ll \sigma_{o_2} \end{aligned} \quad (12)$$

La intercorrelación, que se expresa mediante ρ , se define del modo siguiente:

$$\rho = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M v_m \quad (13)$$

siendo $v_m (= v)$ una secuencia de valores binarios estadísticamente independientes de la ecuación (9) y M , el número de valores binarios en la suma, es proporcional al tiempo de integración de la medición. El valor medio de ρ es:

$$\bar{\rho} = \bar{v} \quad (14)$$

Y el valor cuadrático medio de ρ es:

$$E\{\rho^2\} = \frac{1}{M} E\{v^2\} + \left(1 - \frac{1}{M}\right) \bar{v}^2 = \frac{1 - \bar{v}^2}{M} + \bar{v}^2 \quad (15)$$

dado que $v^2 = 1$. Utilizando las ecuaciones (14) y (15), la varianza de ρ puede expresarse del modo siguiente:

$$\sigma_{\rho}^2 = E\{\rho^2\} - \bar{\rho}^2 = \frac{1 - \bar{v}^2}{M} \quad (16)$$

Para calcular la media y la varianza a la salida del sistema de intercorrelación, ρ , hay que calcular el valor medio del producto de intercorrelación, v .

4.1.1 Valor medio del producto de intercorrelación

El valor medio \bar{v} viene dado por:

$$\bar{v} = (+1) \cdot P_{+1}(-1) \cdot P_{-1} = 2P_{+1} - 1 \quad (17)$$

siendo P_{+1} la probabilidad de que $v = +1$. Esta probabilidad está relacionada, a su vez, con la probabilidad condicional de que $v = +1$ cuando el bit de telemetría es correcto, $P_{+1|c}$, y la probabilidad condicional de que $v = +1$ cuando el bit de telemetría es erróneo, $P_{+1|e}$, mediante la expresión:

$$P_{+1} = (1 - P_e)P_{+1|c} + P_e P_{+1|e} \quad (18)$$

siendo P_e la probabilidad de que el bit de telemetría sea erróneo (y, por tanto, $1 - P_e$ es la probabilidad de que sea correcto).

La probabilidad condicional $P_{+1|e}$ puede expresarse en función de $P_{+1|c}$. De la ecuación (10) se desprende que $P_{+1|e}$ es igual a la probabilidad de que $\text{sgn}(r_1 + o_1) \cdot \text{sgn}(r_2 + o_2) = -1$. Ahora bien, $P_{-1|c}$ es igual a esta misma probabilidad, pues el canal de telemetría es simétrico y binario; por lo tanto $P_{+1|e} = P_{-1|c}$. Además, $P_{-1|c} = 1 - P_{+1|c}$, lo que da lugar a:

$$P_{+1|e} = 1 - P_{+1|c} \quad (19)$$

Utilizando la ecuación (19) se obtiene:

$$P_{+1} = (1 - P_e)P_{+1|c} + P_e(1 - P_{+1|c}) \quad (20)$$

Al sustituir la ecuación (20) en la ecuación (17) se obtiene como resultado:

$$\bar{v} = (1 - 2P_e)(2P_{+1|c} - 1) \quad (21)$$

La ecuación (21) indica que el producto de intercorrelación es proporcional a $(1 - 2P_e)$. En consecuencia, la desviación típica de v es prácticamente constante. Así pues, antes de calcular la degradación de la RSR de intercorrelación, puede verse que esta degradación será proporcional a $(1 - 2P_e)$.

Para terminar el cálculo del valor medio de v se necesita una ecuación para $P_{+1|c}$.

4.1.2 Cálculo de $P_{+1|c}$

Por razones prácticas, para calcular $P_{+1|c}$ se definen dos probabilidades condicionales. Sea p_1 la probabilidad condicional de que $r_1 + o_1$ sea positiva, para un determinado valor de r_1 . Análogamente, sea p_2 la probabilidad condicional de que $r_2 + o_2$ sea positiva, para un determinado valor de r_2 . Obsérvese que p_1 es función de r_1 y que p_2 es función de r_2 , y que vienen dadas por:

$$p_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{o_1}} \int_0^{\infty} e^{-(x-r_1)^2/(2\sigma_{o_1}^2)} dx$$

$$p_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{o_2}} \int_0^{\infty} e^{-(x-r_2)^2/(2\sigma_{o_2}^2)} dx \quad (22)$$

La probabilidad incondicional de que $r_1 + o_1$ y $r_2 + o_2$ sean ambas positivas se obtiene mediante el valor esperado de $(p_1 p_2)$ para las variables aleatorias r_1 y r_2 , es decir: $E_{r_1, r_2} \{p_1 p_2\}$.

Por otra parte, es necesario examinar la posibilidad de que $r_1 + o_1$ y $r_2 + o_2$ sean negativas. La expresión $(1 - p_1)$ representa la probabilidad condicional de que $r_1 + o_1$ sea negativa, para un determinado valor de r_1 . Análogamente, $(1 - p_2)$ representa la probabilidad condicional de que $r_2 + o_2$ sea negativa, para un determinado valor de r_2 . La probabilidad incondicional de que $r_1 + o_1$ y $r_2 + o_2$ sean simultáneamente negativas se calcula mediante el operador valor esperado de $(1 - p_1)(1 - p_2)$ para las variables r_1 y r_2 ; es decir:

$$E_{r_1, r_2} \{(1 - p_1)(1 - p_2)\}$$

Cuando el bit de telemetría es correcto, de la ecuación (10) se desprende que v será igual a $+1$ si $r_1 + o_1$ y $r_2 + o_2$ son las dos positivas, o las dos negativas. Así pues, la probabilidad condicional de que $v = +1$, cuando el bit de telemetría es correcto, viene dado por la suma de $E_{r_1, r_2} \{p_1 p_2\}$ y $E_{r_1, r_2} \{(1 - p_1)(1 - p_2)\}$; es decir,

$$P_{+1|c} = E_{r_1, r_2} \{p_1 p_2 + (1 - p_1)(1 - p_2)\} \quad (23)$$

Habida cuenta de las desigualdades de la ecuación (12), conviene realizar una aproximación de p_1 y p_2 tomando como hipótesis que $r_1 \ll \sigma_{o_1}$ y $r_2 \ll \sigma_{o_2}$. Descomponiendo en series de Taylor la función densidad de probabilidad de la ecuación (22), y tomando únicamente los dos primeros términos de cada serie, se obtienen las siguientes aproximaciones:

$$\begin{aligned} p_1 &\approx \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{r_1}{\sigma_{o_1}} \\ p_2 &\approx \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{r_2}{\sigma_{o_2}} \end{aligned} \quad (24)$$

Sustituyendo la ecuación (24) en la ecuación (23) se obtiene:

$$\begin{aligned} P_{+1|c} &\approx E_{r_1, r_2} \left\{ \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{r_1}{\sigma_{o_1}} \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{r_2}{\sigma_{o_2}} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{r_1}{\sigma_{o_1}} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{r_2}{\sigma_{o_2}} \right) \right\} \\ &\approx E_{r_1, r_2} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \frac{r_1}{\sigma_{o_1}} \frac{r_2}{\sigma_{o_2}} \right\} \\ &\approx \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \frac{\sigma_{r_1}}{\sigma_{o_1}} \frac{\sigma_{r_2}}{\sigma_{o_2}}, \end{aligned} \quad (25)$$

donde en el último paso se ha empleado la ecuación (11).

4.2 Relación señal/ruido de intercorrelación (RSRI)

La siguiente expresión define la RSRI:

$$RSRI = \frac{\bar{\rho}}{\sigma_\rho} = \bar{v} \sqrt{\frac{M}{1 - \bar{v}^2}} = \bar{v} \sqrt{M} \quad (26)$$

siendo $\bar{v} \ll 1$. Obsérvese que *RSRI* no se define como la relación de potencias, sino sencillamente como la relación entre la media y la desviación típica de ρ . En este caso, resulta razonable esta definición, dado que la propia ρ se mide en unidades de potencia, puesto que es el producto de dos señales de tensión (o corriente). Combinando las ecuaciones (21) y (25), se obtiene una expresión aproximada y sencilla de \bar{v} :

$$\bar{\rho} = \bar{v} \approx (1 - 2P_e) \cdot \left(\frac{2 \sigma_{r_1} \sigma_{r_2}}{\pi \sigma_{o_1} \sigma_{o_2}} \right) \quad (27)$$

Por consiguiente, la *RSRI* viene dada aproximadamente por:

$$\begin{aligned} RSRI &\approx (1 - 2P_e) \cdot \left(\frac{2 \sigma_{r_1} \sigma_{r_2} \sqrt{M}}{\pi \sigma_{o_1} \sigma_{o_2}} \right) \\ &\approx (1 - 2P_e) \cdot \frac{2\sqrt{M}}{\pi} \cdot \sqrt{RSR_1 \cdot RSR_2} \end{aligned} \quad (28)$$

siendo $RSR_1 = \sigma_{r_1}^2 / \sigma_{o_1}^2$ y $RSR_2 = \sigma_{r_2}^2 / \sigma_{o_2}^2$ las *RSR* en los observatorios. Obsérvese que si la BER en telemetría es cero, la *RSRI* resulta:

$$RSRI_0 \approx \frac{2\sqrt{M}}{\pi} \cdot \sqrt{SNR_1 \cdot SNR_2} \quad (29)$$

que puede considerarse como el valor nominal de la *RSRI*. Así pues, el canal de telemetría sólo puede introducir errores en los bits y degradar la *RSRI* en:

$$RSRI = (1 - 2P_e) \cdot RSRI_0 \quad (30)$$

Obsérvese que ésta es una expresión exacta de *RSRI*, donde $RSRI_0$ representa la *RSRI* cuando no hay errores en los bits. Mediante la ecuación (29) puede calcularse un valor aproximado de $RSRI_0$. En el sistema de VLBI espacial, el ruido térmico y la interferencia en presente en el enlace de telemetría afecta a la *RSRI*. En particular, en los párrafos precedentes se ha demostrado que la *RSRI* es proporcional a $(1 - 2P_e)$, siendo P_e la probabilidad de error en los bits del enlace de telemetría.

Asimismo, hay que señalar que mediante la ecuación (8),

$$1 - 2P_e = (1 - 2P_\epsilon)^2 \quad (31)$$

En consecuencia, la *RSR* de intercorrelación será proporcional a $(1 - 2P_\epsilon)$ al cuadrado, es decir:

$$RSRI = (1 - 2P_\epsilon)^2 \cdot RSRI_0 \quad (32)$$

5 Cálculo de los criterios de interferencia en la telemetría de VLBI espacial

5.1 Degradaciones de la RSRI debido a la presencia de ruido e interferencia en el enlace de telemetría

Cuando no se produce interferencia, la degradación de la RSRI debida al ruido térmico y a otras fuentes de ruido interno en el enlace de telemetría se define como:

$$\begin{aligned} \text{Degradación} &= -1 \log \frac{RSRI_n}{RSRI_0} = -10 \log(1 - 2P_\varepsilon[n])^2 \\ &= -10 \log \left[1 - \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \right]^2 \end{aligned} \quad (33)$$

Cuando se produce interferencia, la degradación de la RSRI debida al ruido térmico y a la interferencia en el enlace de telemetría viene dada por:

$$\begin{aligned} \text{Degradación} &= -1 \log \frac{RSRI_{n,i}}{RSRI_0} = -10 \log(1 - 2P_\varepsilon[n,i])^2 \\ &= -10 \log \left[1 - \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0} \frac{N}{N+I}} \right) \right]^2 \end{aligned} \quad (34)$$

siendo N la potencia total de ruido e I la potencia total de interferencia. Al fusionar las dos ecuaciones anteriores, puede verse que la degradación adicional causada por la interferencia de telemetría para el caso de ruido térmico únicamente viene dada por la expresión:

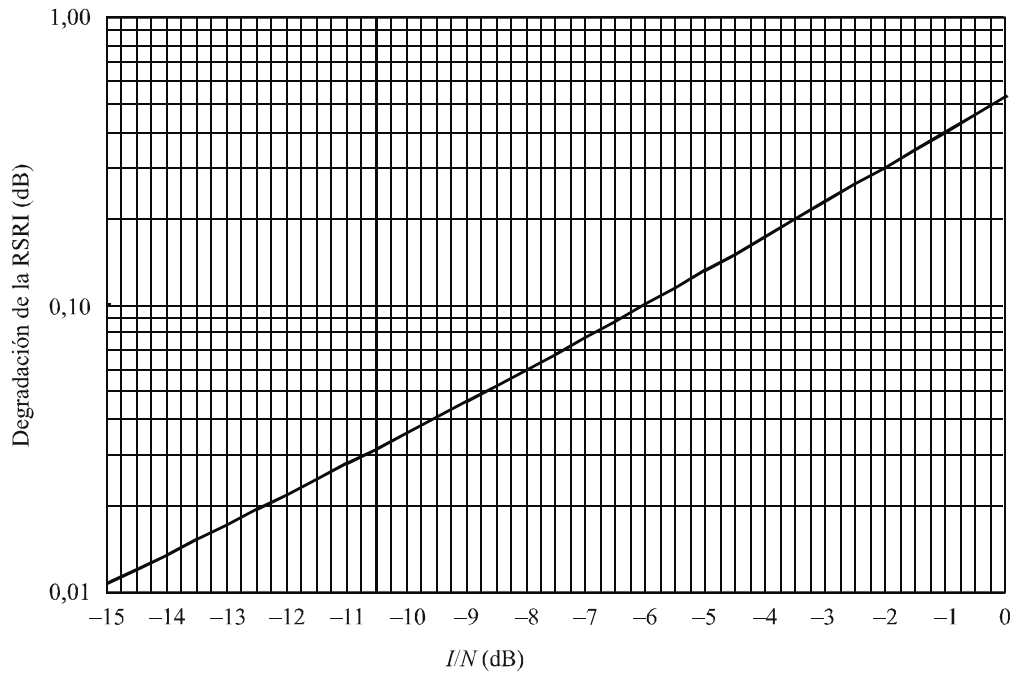
$$\text{Degradación} = -10 \log \frac{RSRI_{n,i}}{RSRI_n} = -10 \log \frac{\left[1 - \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0} \frac{N}{N+I}} \right) \right]^2}{\left[1 - \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \right]^2} \quad (35)$$

La relación E_b/N_0 es igual a 5,2 dB en el diseño del enlace de telemetría VLBI espacial de referencia, que corresponde a una BER de 10^{-2} utilizando la modulación MDP-4D con detección coherente. Con esta tasa de errores en los bits, la degradación de la RSRI debida al ruido térmico presente en el enlace de telemetría, calculada mediante la ecuación (33), es igual a 0,09 dB. Resulta muy difícil obtener un valor más alto de E_b/N_0 en el vehículo espacial de VLBI espacial, debido al imperativo de alcanzar una velocidad de datos sumamente elevada, aparte de otros problemas difíciles que presentan los vehículos espaciales de este tipo. Entre los problemas podemos citar un enlace de fase estable, que transporte la frecuencia de reloj de la estación terrena al vehículo espacial, y una antena de 15 m para el observatorio que reciba señales galácticas.

En la Fig. 4 se representa gráficamente la degradación de la RSRI expresada en la ecuación (35) para un valor de E_b/N_0 igual a 5,2 dB como función de la relación de la interferencia con respecto a la potencia de ruido del sistema, I/N . El punto de referencia para la potencia de interferencia y la potencia de ruido térmico es la entrada del LNA del receptor, multiplicada por un coeficiente de ponderación de un filtro adaptado de 1 GHz, como se define en las ecuaciones (3) y (4) del § 3.1.1.

FIGURA 4

Degradación de la RSRI con respecto a la relación entre la interferencia y la potencia de ruido del sistema (I/N) para $E_b/N_0 = 5,2$ dB



Rap 2065-04

Por regla general, la relación de potencias totales, I/N , es diferente de la relación de densidades espectrales de potencia, I_0/N_0 , dado que la señal interferente y el filtro adaptado en el receptor no tienen normalmente la misma anchura de banda. En los casos en que puedan obtenerse las características de las propiedades espectrales de las señales interferentes, podrá calcularse la correspondiente relación I_0/N_0 .

5.2 Degradación tolerable debido a la interferencia

El efecto de la interferencia en la observación VLBI se describe en la referencia [Thompson y otros, 2001], en la cual se examina el resultado final de la observación VLBI de la imagen de la señal fuente. En dicho documento se define la interferencia perjudicial como la relación entre el valor eficaz (rms) de la interferencia y el valor rms del ruido en el mapa radioeléctrico, denominado distribución de brillo. Se afirma que un error del 1% en la función visibilidad, que es proporcional a la función de intercorrelación, introduce un error del 1% en el valor eficaz (rms) de la distribución de brillo comparado con el correspondiente valor rms de la distribución de brillo real. Por consiguiente, un error del 1% en la función de intercorrelación es tolerable. Ahora bien, la función de intercorrelación es proporcional a la raíz cuadrada del producto de la RSR en los dos observatorios (véase el § 4.2, ecuación (28)). Así pues, al distribuir el error equitativamente entre los dos observatorios, resulta tolerable un error del 1% en RSR_1 y un error del 1% en RSR_2 .

La Recomendación UIT-R RA.769 trata de los objetivos científicos de la VLBI mencionados anteriormente y establece un nivel tolerable de la degradación de intercorrelación. Por lo que hace a la evaluación de las dos antenas VLBI situadas en el suelo, la Recomendación UIT-R RA.769 – Criterios de protección para las mediciones radioastronómicas dice que «el nivel de interferencia tolerable viene determinado por el requisito de que el nivel de potencia de la señal interferente no debe ser mayor del 1% de la potencia de ruido recibida, a fin de evitar errores graves en las mediciones de la amplitud de las señales cósmicas». Cuando se produce interferencia de 1% de la potencia de ruido del receptor en uno de los observatorios pero no en el otro, la RSR efectiva en

este observatorio disminuye en un factor fraccionario de $1/1,01 = 0,99$. Dado que la RSR de intercorrelación es proporcional a la raíz cuadrada del producto de las RSR en los dos observatorios, y la desviación típica es igual a la raíz cuadrada de la varianza, la RSR de intercorrelación disminuye por un factor fraccionario de $\sqrt{0,99} = 0,995$, lo que equivale a $-10 \log(0,995) = 0,02$ dB.

En consecuencia, la Recomendación UIT-R RA.769 impone a los sistemas de VLBI espacial, un límite de la degradación de intercorrelación a 0,02 dB debido a la interferencia en el observatorio situado en tierra. Para lograr el mismo objetivo de calidad en el enlace con el observatorio a bordo del vehículo espacial, basta limitar la degradación de intercorrelación causada por la interferencia en el enlace de telemetría a 0,02 dB.

De la Fig. 4 se desprende que la degradación de la RSRI está limitada a 0,02 dB cuando la relación de potencias, I/N , en el receptor de telemetría no supera los $-12,5$ dB.

En el enlace de telemetría espacio-Tierra, la degradación de la RSRI (factor de calidad) tiene su origen en dos fuentes: degradaciones internas del sistema (ruido térmico) e interferencia externa. La degradación de 0,09 dB debida al ruido térmico es equivalente al 2,06% de la degradación del factor de calidad del enlace. La degradación de 0,02 dB debida a la interferencia es equivalente a 0,46% de degradación del mismo factor de ruido. En términos relativos a la suma de las dos degradaciones, el 82% es debido a las degradaciones internas del sistema (ruido térmico), y el 18% es debido a la degradación externa. Estos porcentajes son coherentes con esas atribuciones en otros servicios activos.

5.3 Cálculo de criterios de interferencia

En la banda definida por el filtro adaptado, la potencia interferente a la entrada del terminal de la LNA se calcula mediante la ecuación (4). No obstante, el valor correspondiente a una degradación de la RSRI de 0,02 dB, puede calcularse utilizando la siguiente expresión:

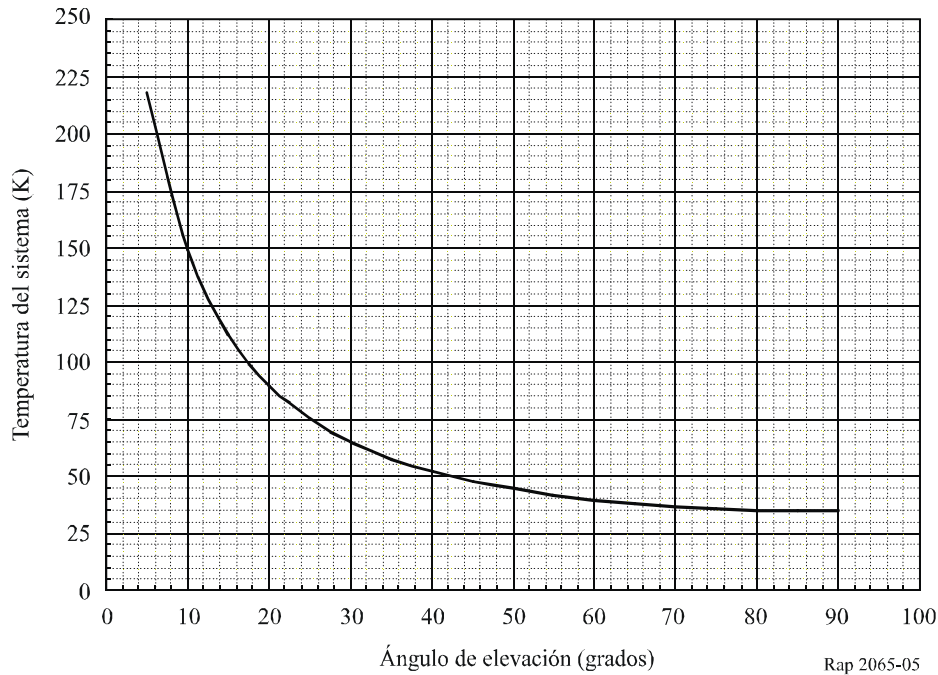
$$I = \frac{I}{N} \cdot N_0 \cdot \frac{R}{2} \quad (36)$$

siendo $I/N = -12,5$ dB, N_0 la densidad espectral de potencia unilateral del ruido térmico, y R la velocidad cuaternaria de símbolos (véase la ecuación (3)). Obsérvese que la densidad espectral de potencia unilateral del ruido térmico en el receptor de telemetría viene dada por:

$$N_0 = kT_{sys} \quad (37)$$

siendo $k = -228,6$ dB(W/(Hz · K)) la constante de Boltzmann, y T_{sys} la temperatura de ruido del sistema a la entrada del amplificador de bajo ruido. Esta temperatura de ruido es una función que depende sobremodera del ángulo de elevación de la antena, como se muestra en la Fig. 5 en condiciones meteorológicas correspondientes a una distribución acumulativa de 90%.

FIGURA 5

 T_{sys} en la banda 37-38 GHz en condiciones meteorológicas del 90%

Rap 2065-05

Para una temperatura de ruido equivalente del sistema T_{sys} de 150 K (condición meteorológica de 90% con un ángulo de elevación de 10°) y una velocidad cuaternaria de símbolos de 500 Msímbolo/s, la potencia interferente es aproximadamente $-135,5$ dB(W), según las ecuaciones (36) y (37), como se muestra en el Cuadro 1.

CUADRO 1

Cálculo de la potencia interferente

| Parámetro | Unidad | Valor | |
|-----------|---------------|-----------|--|
| I/N | dB | $-12,5$ | Diseño de VLBI espacial |
| N_0 | dB(W/Hz) | $-206,84$ | $N_0 = kT_{sis}$ con $T_{sis} = 150$ K |
| $R/2$ | dB(símbolo/s) | 84 | $R = 500$ Msímbolo/s |
| I | dBW | $-135,34$ | |

Cabe destacar que la potencia interferente, calculada mediante la ecuación (36), corresponde también al terminal de entrada de la LNA. Éste es el mismo punto de referencia de la cadena del receptor que para la densidad espectral de ruido N_0 , pero no incluye la parte de la potencia total de la señal interferente que se encuentra dentro de la banda definida por el filtro adaptado de telemetría. Hay que señalar asimismo que para lograr que la potencia interferente a la entrada del amplificador de bajo ruido, definido por el filtro adaptado de 1 GHz, sea inferior a $-135,5$ dB(W) basta limitar la potencia de entrada interferente a la entrada del amplificador de bajo ruido a un valor de $-135,5$ dB(W) en la banda 37,0 a 38,0 GHz.

El funcionamiento del bucle de seguimiento de portadora en el sistema de telemetría VLBI espacial también está protegido adecuadamente cuando $I/N \leq -12,5$ dB. Considérese el caso extremo en el que la potencia de interferencia está concentrada en la señal interferente de la corriente continua. (CW). La potencia de interferencia CW I se define en la ecuación (36). La potencia efectiva de la

portadora P_c es igual a la potencia de la señal P determinada por el requisito $E_b/N_0 \geq 5,2$ dB, a saber:

$$P_c = \frac{E_b}{N_0} \cdot N_0 \cdot 2R \quad (38)$$

siendo $E_b = P/(2R)$ y R la misma velocidad de símbolos que en la ecuación (36). Sustituyendo en los valores de diseño, se obtiene:

CUADRO 2

Cálculo de la potencia de la portadora

| Parámetro | Unidad | Valor | |
|-----------|---------------|---------|--|
| E_b/N_0 | dB | 5,2 | Diseño de VLBI espacial |
| N_0 | dB(W/Hz) | -206,84 | $N_0 = kT_{sis}$ con $T_{sis} = 150$ K |
| $2R$ | dB(símbolo/s) | 90 | $R = 500$ Msímbolo/s |
| P_c | dBW | -111,64 | |

Así pues, de los Cuadros 1 y 2 se obtiene $P_c/I = 23,7$ dB en el bucle de seguimiento de portadora. Esta relación es lo suficientemente alta como para que la degradación en la sincronización de portadora y en la detección de telemetría sea insignificante. En situaciones normales en las que el espectro de interferencia abarca una anchura de banda de varios Megahertzios, $P_c/I \gg 23,7$ dB, y el efecto sobre el bucle de seguimiento de portadora será menor aún.

Referencias

THOMPSON. A.R., MORAN J.M. y SWENSON G.W. [2001] *Interferometry and synthesis in radio astronomy*, 2nd Ed., J. Wiley & Sons.
