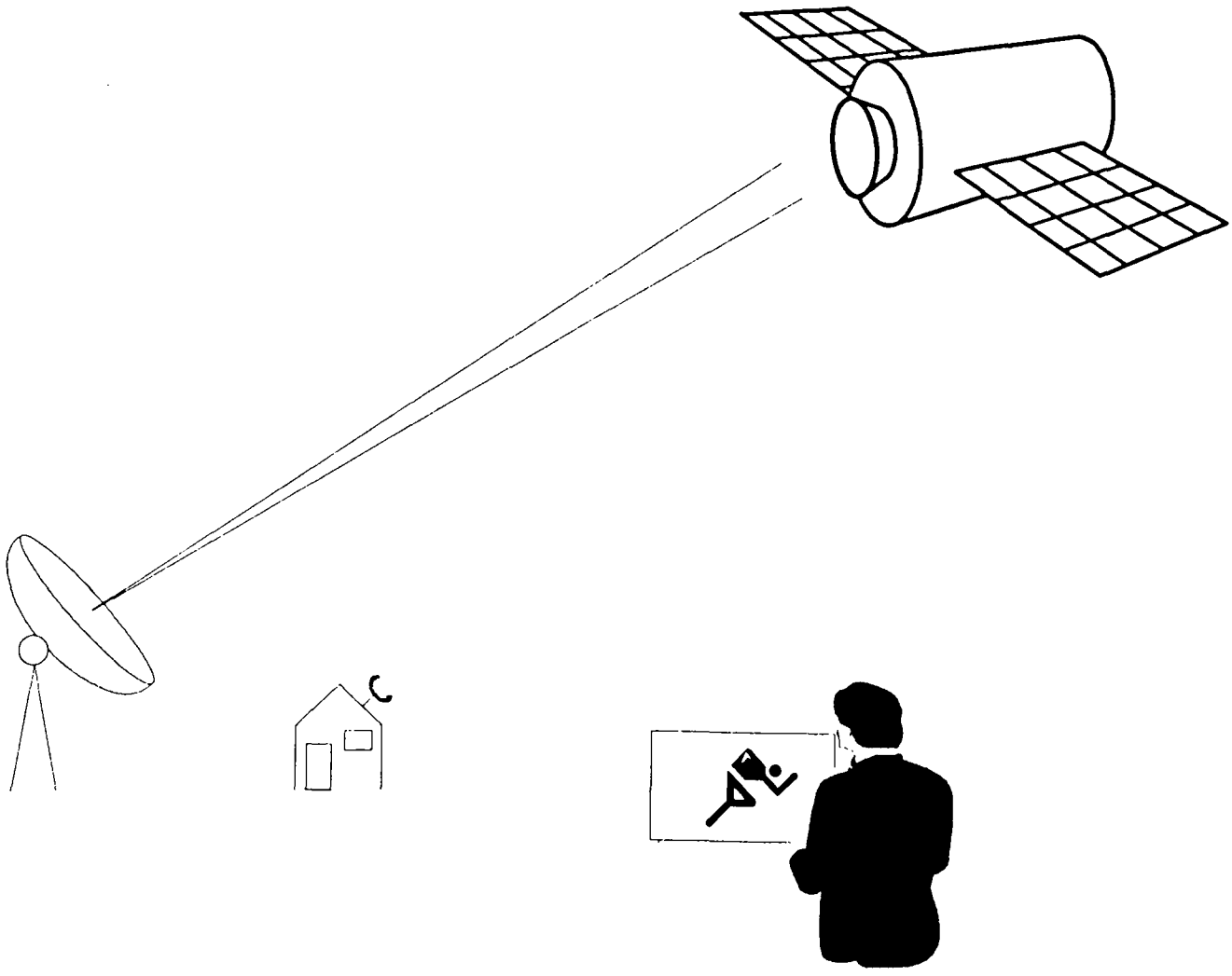
الاتحـــاد الـدولـــي للاتصـــالات

التـــوصيـــــات ITU-R

(الجديدة والمراجعة بتاريخ 21 أكتوبر 1995)



مجلد السلسلة BO لعام 1995

الخدمـــة الإذاعيـــة الساتليـة
(الصوتية والتلفزيونية)

جمعيـة الاتصـالات الراديويـة - جنيـف 1995

قطاع الاتصالات الراديوية للاتحاد الدولي للاتصالات

يكمن دور قطاع الاتصالات الراديوية في ضمان استعمال طيف التردد الراديوي بطريقة عقلية وفعالة واقتصادية من قبل جميع خدمات الاتصال الراديوي، بما فيها الخدمات الساتلية، والقيام بدراسات لكل مديات التردد تكون أساساً لوضع التوصيات واعتمادها.

تؤدى الوظائف التنظيمية والسياسية لقطاع الاتصالات الراديوية من قبل المؤتمرات العالمية والإقليمية للاتصالات الراديوية وجميعات الاتصالات الراديوية بمساعدة لجان الدراسات.

للحصول على المعلومات المتعلقة بالاتصالات الراديوية، الرجاء الاتصال بالعنوان التالي :

ITU
Radiocommunication Bureau
Place des Nations
CH -1211 Geneva 20
Switzerland

Telephone	+41 22 730 5800
Fax	+41 22 730 5785
Internet	brmail@itu.ch
X.400	S=brmail; P=itu; A=400net; C=ch

للحصول على منشورات الاتحاد الدولي للاتصالات، الرجاء إرسال الطلبات إلى العنوان التالي :

ITU
Sales and Marketing Service
Place des Nations
CH -1211 Geneva 20
Switzerland

Telephone	+41 22 730 6141 English
Telephone	+41 22 730 6142 French
Telephone	+41 22 730 6143 Spanish
Fax	+41 22 730 5194
Telex	421 000 uit ch
Telegram	ITU GENEVE
Internet	sales@itu.ch
X.400	S=sales; P=itu; A=400net; C=ch

© ITU 1996

جميع الحقوق محفوظة. لا يمكن نسخ أو استعمال أي جزء من هذه المنشورة بأي شكل أو بأي وسيلة إلكترونية كانت أم ميكانيكية، بما فيه النسخ التصويري أو الأفلام الصغرية، إلا بموافقة كتابية من الاتحاد الدولي للاتصالات.

Recommendation 1212 (1995)

Calculation of total interference between geostationary-satellite networks in the broadcasting-satellite service [Arabic version]

Extract from the publication:
CCIR Recommendations: 1995 BO Series Fascicle: Broadcasting-satellite service (Sound and television)

(Geneva: ITU, 1995), pp. 51-72

This electronic version (PDF) was scanned by the International Telecommunication Union (ITU) Library & Archives Service from an original paper document in the ITU Library & Archives collections.

La présente version électronique (PDF) a été numérisée par le Service de la bibliothèque et des archives de l'Union internationale des télécommunications (UIT) à partir d'un document papier original des collections de ce service.

Esta versión electrónica (PDF) ha sido escaneada por el Servicio de Biblioteca y Archivos de la Unión Internacional de Telecomunicaciones (UIT) a partir de un documento impreso original de las colecciones del Servicio de Biblioteca y Archivos de la UIT.

هذه النسخة الإلكترونية (PDF) تم تصوير نتاج المسح الضوئي بواسطة قسم المكتبة والمحفوظات في الاتحاد الدولي للاتصالات (ITU) من نسخة ورقية أصلية ضمن الوثائق المتوفرة في قسم المكتبة والمحفوظات.

此电子版（PDF版本）由国际电信联盟（ITU）图书馆和档案室利用存于该处的纸质文件扫描提供。

Настоящий электронный вариант (PDF) был подготовлен в библиотечно-архивной службе Международного союза электросвязи путем сканирования исходного документа в бумажной форме из библиотечно-архивной службы МСЭ.

© International Telecommunication Union

القسم S-D 10/11: التخطيط والتقاسم

التوصية ITU-R BO.1212

حساب التداخل الإجمالي بين الشبكات الساتلية المستقرة بالنسبة إلى الأرض في الخدمة الإذاعية الساتلية

(المسألتان ITU-R 83/11 و ITU-R 85/11)

(1995)

إن جمعية الاتصالات الراديوية التابعة للاتحاد الدولي للاتصالات

إذ تضع في اعتبارها

أ) أن نجاح تنفيذ الأنظمة الساتلية في خطط الخدمة الإذاعية الساتلية (BSS) في إطار المؤتمر الإداري العالمي للراديو (جنيف، 1977) (WARC BS-77) وفي الدورة الأولى للمؤتمر الإداري العالمي للراديو عن استخدام مدار السواتل المستقرة بالنسبة إلى الأرض والتخطيط للخدمات الفضائية التي تستخدم هذا المدار (WARC ORB-85)، يتوقف على حساب دقيق للتداخل المتبادل بين الشبكات الساتلية؛

ب) أن الشبكات الساتلية المستقرة بالنسبة إلى الأرض المستخدمة في الخدمة BSS تعمل في نفس نطاقات الترددات؛

ج) أن التداخل بين الشبكات في الخدمة BSS تساهم في الضوضاء في هذه الشبكات؛

د) أنه من الضروري حماية كل شبكة من شبكات الخدمة BSS ضد التداخل الناجم عن الشبكات "المصدر" الأخرى؛

هـ) أن زيادة انشغال المدار تتطلب حساباً مفصلاً للتداخل المتبادل بين الشبكات الساتلية وتفرض تحديداً أكثر دقة لقيم التمييز بالاستقطاب بغية معرفة استخدام الاستقطابات المتماثلة أو المختلفة بواسطة الأنظمة المفيدة والمتداخلة.

توصي

1 باستخدام الطريقة المبينة في الملحق 1 من أجل حساب التداخل الإجمالي بين شبكتين ساتليتين معينتين.

الملحق 1

حساب التداخل الإجمالي

عند تقييم القدرة التي ينتجها ساتل واحد (وصلة هابطة) في نقطة معينة أو مرسل محطة أرضية (وصلة صاعدة) في موقع ساتلي معين يستخدم مفهوم الكسب المكافئ لكل وصلة جزئية.

ولكل وصلة جزئية هوائيان. ولكل منهما خصائص إرسال واستقبال ذات استقطاب متحد واستقطاب متقاطع. وفضلاً عن ذلك تؤثر آثار الانتشار الجوي التي يمثلها بشكل رئيسي توهين الاستقطاب المتحد والتمييز بالاستقطاب المتقاطع على سوية وضوح الإشارة.

ويتمثل الكسب المكافئ (كنسبة بين القدرات) لوصلة حزئية عن طريق التقريب التالي:

$$G = G_1 \cos^2 \beta + G_2 \sin^2 \beta$$
$$G_1 = G_{tp}\, G_{rp}\, A + G_{tc}\, G_{rc}\, A + G_{tp}\, G_{rc}\, A\, X + G_{tc}\, G_{rp}\, A\, X$$
$$G_2 = \left(\sqrt{G_{tp}\, G_{rc}\, A} + \sqrt{G_{tc}\, G_{rp}\, A}\right)^2 + G_{tp}\, G_{rp}\, A\, X + G_{tc}\, G_{rc}\, A\, X \qquad (1)$$

حيث:

β: هي بالنسبة إلى الاستقطاب الخطي، زاوية التواصف النسبية بين مخطط استقطاب الإشارة المستقبلة ومخطط استقطاب هوائي الاستقبال؛

وبالنسبة إلى الاستقطاب الدائري يفترض أن القيمة $\beta = 0°$ تعادل إرسالاً واستقبالاً متحدي الاستقطاب بينما تعادل القيمة $\beta = 90°$ إرسالاً واستقبالاً متقاطعي الاستقطاب بالتبادل.

وفي حالات الاستقطاب المختلفة (مثل هوائي استقبال إشارات صالحة للاستقطاب الخطي وإرسال تداخل باستقطاب دائري أو العكس) تكون $\beta = 45°$.

G_{tp}: خاصية كسب متحد الاستقطاب لهوائي الإرسال. يعبر عنها في شكل نسبة بين القدرات (انظر التوصية ITU-R BO.652).

G_{tc}: خاصية كسب متقاطع لهوائي الإرسال يعبر عنها في شكل نسبة بين عدة قدرات.

G_{rp}: خاصية كسب متحد الاستقطاب لهوائي الاستقبال يعبر عنها في شكل نسبة بين عدة قدرات (انظر التوصية ITU-R BO.652).

G_{rc}: خاصية كسب متحد الاستقطاب لهوائي الاستقبال يعبر عنها في شكل نسبة بين القدرات.

A: توهين متحد الاستقطاب على الوصلة الجزئية المتداخلة (باعتباره نسبة بين قدرات ≤ 1).

X: تمييز متقاطع الاستقطاب على الوصلة الجزئية المتداخلة (باعتباره نسبة بين قدرات ≥ 1).

$$X = 10^{-0.1[30 \log f - 40 \log (\cos \varepsilon_s) - 20 \log (-10 \log A)]} \qquad \text{for } 5° \leq \varepsilon_s \leq 60°$$

حيث:

f: التردد (GHz)

ε_s: زاوية ارتفاع الساتل مرئية من المحطة الأرضية (بالدرجات).

وبالنسبة إلى $\varepsilon_s > 60°$ تؤخذ $\varepsilon_s = 60°$ لحساب قيمة X.

(انظر التذييل 1 لحساب زاوية التواصف النسبية β.)

في المعادلة G_1، يفترض الجمع الأسي للطرفين. وإلى جانب المحور الرئيسي للإرسال المطلوب قد يكون جمع شدة توتر الطرفين الأولين أكثر ملاءمة بسبب تواصف الطور؛ بينما تبرز الآثار العشوائية خارج هذا المحور الجمع الأسي. وبما أن الطرف الثاني غير ذي دلالة في جميع الحالات إلى جانب هذا المحور فإن فرضية الجمع الأسي لا تمس التقريب. وإزالة الاستقطاب الجوي هو أثر عشوائي مما يفسر أن الطرفين الأخيرين مجموعان أسياً.

وفي المعادلة G_2، يتم الانطلاق من فرضية جمع توتر الطرفين الأولين لأنه أياً كان الطرف الموجود قرب المحور فهو الطرف الأهم، وأن تواصف الطور لهذين الطرفين هو ما يحدد توترهما. وخارج هذا المحور الرئيسي يصبح الطرفان الثالث والرابع الطرفين الأكثر أهمية؛ فإذا كان الجمع الأسي للطرفين الأولين مبرراً في هذه المنطقة كما هي الحالة بالنسبة إلى G_1، فإن صلاحية النموذج المفترض لا تتأثر كثيراً عند تطبيق الإضافة بالقدرة في جميع المناطق. وبما أن الانتقال من الإضافة بالقدرة قرب المحور إلى الإضافة بالقدرة خارج المحور غير محدد بشكل دقيق، يبدو وكأن المعادلات المذكورة أعلاه تقدم في ضوء الحجج المقدمة، حلاً وسطاً معقولاً بين الدقة والبساطة.

وإذا طبق مفهوم الكسب المكافئ تتمثل قدرة الحمالة المطلوبة C، أو القدرة المسببة للتداخل من مصدر تداخل وحيد على كـل وصلـة حزيـة I، في العلاقة التالية:

$$C \text{ (or } I) = P_T - L_{FS} - L_{CA} + G \quad \text{dBW} \tag{2}$$

حيث:

P_T: القدرة المطلوبة (المسببة للتداخل) لهوائي الإرسال (dBW)

L_{FS}: التوهين في الفضاء الحر على الوصلة المطلوبة (المسببة للتداخل) (dB).

L_{CA} الامتصاص في حالة الجو الصافي على الوصلة المطلوبة (المسببة للتداخل) (dB).

G: الكسب المكافئ للوصلة المطلوبة (المسببة للتداخل) (dB).

ويتم الحصول على القدرة الإجمالية للتداخل عن طريق الجمع الأسي المحسوب بهذه الطريقة لجميع مصادر التداخل. وتساوي نسبة قـدرة الإشـارة المطلوبة إلى القدرة الإجمالية للتداخل نسبة الموجة الحاملة إلى التداخل الإجمالي C/I على الوصلة الهابطة. ويتـم الحصـول على القـدرة الإجمالية للتداخل في الوصلة الصاعدة والنسبة C/I بنفس الطريقة وتجمع عندئذ القيمتان الإجماليتان C/I لتعطيا نسبة C/I الإجمالية.

إذا توجب حساب نسبة قدرة الموجة المطلوبة إلى قدرة الإشارة المسببة للتداخل - عند حسـاب هـاتين القدرتـين بواسـطة المعادلـة (2) - في الحالـة الأسوأ، يكون من الضروري مراعاة المعلمات كالتفاوت المسموح به للحفاظ على موقع الساتل ولأخطاء تسديد هوائي الساتل ولحالات الانتشار. ومن المستحسن في حالة الخطأ في الحفاظ على الموقع وفي تسديد هوائيات الإرسال الساتلية، مراعاة القيم التي تعطي السوية الدنيا للإشـارة المطلوبـة المستقبلة والسوية القصوى للإشارة المستقبلة من الساتل المسبب للتداخل. وعند رؤية الساتل المسـبب للتداخل في زاويـة ارتفـاع أدنـى مـن زاويـة الساتل المطلوبة، تظهر حالات التداخل الأسوأ غالباً في الجو الصافي. وبالمقابل إذا كانت زاوية ارتفاع الساتل المسبب للتداخل أكبر فـإن حـالات التداخل تظهر عادة وقت المطر الشديد.

التذييل 1

للملحق 1

حساب زاوية التراصف النسبي β للاستقطاب الخطي

يحدد هذا التذييل زاوية الاستقطاب لموجة راديوية باستقطاب خطي. ويصف طريقة حساب زوايا الاستقطاب وزوايا التراصف النسـبي في حـالات التداخل على الوصلة الهابطة كما على وصلة التوصيل. وحساب زوايا التراصف النسبي ضروري من أجل تحديـد الكسـب المكـافئ طبقـاً للمعادلـة (1).

1 تعريف المكونتين الرئيسية ومتقاطعة الاستقطاب لموجة راديوية ذات استقطاب خطي

يتحدد عموماً استقطاب الموجة المشعة الكهرمغنطيسية في اتجاه معين باعتبارها منحنى يرسمه متجه المجـال الكهربـائي الآنـي في مكـان معـين وبـتردد محدد في مخطط متعامد مع اتجاه الانتشار المراقب في اتجاه هذا الانتشار. وعندمـا لا يشـار إلى الاتجـاه، يعتـبر الاسـتقطاب اسـتقطاب اتجـاه الكسـب الأقصى. ويتغير عملياً استقطاب الطاقة المشعة حسب زاوية السمت بالنسـبة إلى مركـز الهوائي، علـى نحـو يكـون فيـه لأجـزاء مختلفـة مـن مخطـط الإشعاع استقطابات مختلفة. وقد يكون الاستقطاب من النمط الخطي أو الدائري أو الإهليلجي. وإذا كان المتجه الذي يصف المجال الكهربائي تبعـاً للزمن في نقطة من الفضاء، موجهاً دائماً في خط مستقيم يعتبر الحقل مستقطباً خطياً. وفي الحالة الأكثر عموماً، يكون الشـكل الـذي يرسمه المجـال الكهربائي إهليلجياً ويعتبر عندئذ مجالاً ذا استقطاب إهليلجي. أما الاستقطابان الخطي والدائري فهما حالات خاصة للاستقطاب الإهليلجي عندمـا يصبح الإهليلج خطاً مستقيماً أو دائرة حسب الحالة. وفيما يتعلق بحسابات التداخل يدرس بالأحرى استقطاب مخطط المجال البعيـد للهوائـي حيـث يمكن إهمال مكونة المجال الكهربائي في اتجاه الانتشار؛ مما يتيح تنقيص متجه المجـال الكهربـائي الصـافي عنـد المكونتـين المتعـامديتين (المتغـيرتين تبعـاً للزمن) والواقعتين في مخطط عادي لمتجه اتجاه الانتشار الشعاعي بدءاً من نقطة الإرسال. وفي حالة الاستقطاب الخطي، ينبغي أولاً تحديد الاتجاهـات

المرجعية لهذه المكونات التعامدية وذلك قبل التمكن من تحديد زاوية الاستقطاب. ويدعى أحد هذه الاتجاهـات المرجعيـة اتجـاه مكونـة الاسـتقطاب المتقاطع. وبعكس ما هو متوقع لا يوجد تعريف مقبول عالمياً لهذه الاتجاهات المرجعية. وتضم ورقة السيد آرثـر لودفيـك بعـض التعـاريف المختلفـة لاتجاهات المكونة الرئيسية والمكونة ذات الاستقطاب المتقاطع تحت عنوان "The Definition of Cross Polarization" المنشـورة في ينـاير عـام 1973 في الدراسة الصادرة عـن IEEE والمعنونـة: "Transactions on Antennas and Popagation" (دراسـات في الهوائيـات والانتشـار). ويحسب لودفيك في ورقته معادلات لوحدات المتجهات للتعاريف الثلاثة للاستقطاب التي تحيل إلى مخطـط إشـعاع بنظـام إحداثيـات كرويـة والـتي تعتمد عادة على قياس الهوائيات. وفيما يلي وصف موجز لهذه التعاريف الثلاثة. وفي هذا التذييل تمثل وحـدة المتجـه u_p الاتجـاه المرجعي للمكونـة الرئيسية لاستقطاب متجه المجال الكهربائي بينما تمثل u_c الاتجاه المرجعي لمكونة الاستقطاب المتقاطع. ومن المفيد أولاً استعراض تحولات المتجهـات بين أنظمة إحداثيات مستطيلة وأسطوانية وكروية.

1.1 تحويلات المتجهات بين أنظمة الإحداثيات المستطيلة والأسطوانية والكروية

يبين الشكل 1 أنظمة الإحداثيات الثلاثة ووحدات المتجهات المصاحبة لها. وتأتي مصفوفة التحويل للمكونات المستطيلة (A_x، A_y، A_z) للمتجه $\underline{\mathbf{A}}$ في المكونات الأسطوانية (A_z، Aφ، A_p) على النحو التالي:

$$Mrc = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

وتكون مصفوفة تحويل المكونات الأسطوانية (A_z، Aφ، A_p) للمتجه $\underline{\mathbf{A}}$ في المكونات الكروية (A_φ، Aθ، A_r) كالتالي:

$$Mcs = \begin{bmatrix} \sin\theta & 0 & \cos\theta \\ \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

وتكون مصفوفة تحويل المكونات المستطيلة (A_x، A_y، A_z) للمتجه $\underline{\mathbf{A}}$ في المكونات الكروية (A_φ، Aθ، A_r) كالتالي:

$$Mrs = Mcs\ Mrc = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\varphi & \sin\theta\sin\varphi & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\varphi & \cos\theta\sin\varphi & -\sin\theta \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

مما يعطي ما يلي بخصوص المكونات:

$$\begin{bmatrix} Ar \\ A\theta \\ A\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\varphi & \sin\theta\sin\varphi & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\varphi & \cos\theta\sin\varphi & -\sin\theta \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ax \\ Ay \\ Az \end{bmatrix} \tag{6}$$

وبما أن هذه المصفوفة تعامدية، تكون مصفوفة التحويل للمكونات الكروية (A_φ، A_θ، A_r) في المكونات المسـتطيلة (A_z، A_y، A_x) هـي المصفوفـة المتحولة التالية:

$$M_{sr} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\varphi & \sin\theta\sin\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\theta\sin\varphi & \cos\theta\sin\varphi & \cos\varphi \\ \cos\theta & -\sin\theta & 0 \end{bmatrix} \tag{7}$$

على نحو يعطي ما يلي:

$$\begin{bmatrix} Ax \\ Ay \\ Az \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta\cos\varphi & \cos\theta\cos\varphi & \sin\varphi \\ \sin\theta\sin\varphi & \cos\theta\sin\varphi & -\cos\varphi \\ \cos\theta & -\sin\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ar \\ A\theta \\ A\varphi \end{bmatrix} \tag{8}$$

وتتمثل وحدات المتجهات u_φ و u_θ و u_r من نظام الإحداثيات الكروية طبقاً للإحداثيات التالية:

$$u_r = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \qquad u_\theta = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \qquad u_\varphi = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} \tag{9}$$

$$u_r = \begin{bmatrix}\sin\theta & \cos\varphi\\ \sin\theta & \sin\varphi\\ \cos\theta\end{bmatrix} \qquad u_\theta = \begin{bmatrix}\cos\theta & \cos\varphi\\ \cos\theta & \sin\varphi\\ -\sin\theta\end{bmatrix} \qquad u_\varphi = \begin{bmatrix}-\sin\varphi\\ \text{con}\ \varphi\\ 0\end{bmatrix} \tag{10}$$

في الإحداثيات المستطيلة.

2.1 التعاريف البديلة للاتجاهات المرجعية للمكونة الرئيسية للاستقطاب والمكونة ذات الاستقطاب المتقاطع

يصف لودفيغ ثلاثة تعاريف للاستقطاب عن طريق حساب وحدتي المتجهين i_{ref} و i_{cross} (واسمهما u_p و u_c) على نحو يحدد فيه حاصل ضرب هذه المتجهات مع متجه المجال الكهربائي $\underline{\mathbf{E}}$ (r, θ, φ) في اتجاه ما (θ, φ) لمخطط الإشعاع في المجال البعيد للهوائي المكونة الرئيسية والمكونة متقاطعة الاستقطاب على التوالي لهذا الاتجاه. وفي الاتجاه الذي تحدد زوايا الإحداثيات الكروية (θ, φ) يتم الحصول على المكونتين الرئيسية ومتقاطعة الاستقطاب لمتجه المجال الكهربائي عن طريق المعادلة التالية:

$$E_p(\theta.\varphi) = \underline{\mathbf{E}} \cdot u_p \qquad E_c(\theta.\varphi) = \underline{\mathbf{E}} \cdot u_c \tag{11}$$

(تجدر الإشارة إلى أنه المتجهات $\underline{\mathbf{E}}$ و u_p و u_c تتغير عموماً بتغير الزوايا θ و φ) مع الزوايا θ و φ.

ويوضح الشكل 2 مخططات الاستقطاب المقابلة لهذه التعاريف الثلاثة عندما يبث الهوائي باستقطاب أفقي في محور رزمته الرئيسية.

وفي التعريف الأول تعتبر وحدة المتجه المرجعية u_p ببساطة إحدى وحدات المتجهات للقاعدة المستطيلة لنظام إحداثيات مخطط الهوائي بينما يعتبر المتجه u_c متجهاً آخر من وحدات متجهات القاعدة المستطيلة. ويمكننا على سبيل المثال تحديد ما يلي:

$$u_p = y_a \qquad u_c = x_a \tag{12}$$

حيث يكون y_a و x_a وحدتا متجهين في الاتجاهين الموجبين y و x.

وانطلاقاً من مصفوفات التحويل الواردة أعلاه تعطى المكونات في الإحداثيات الكروية لوحدات المتجهات هذه باستخدام العلاقة:

$$u_p = y_a = \sin\theta \cdot \sin\varphi \cdot u_r + \cos\theta \cdot \sin\varphi \cdot u_\theta + \cos\varphi \cdot u_\varphi \tag{13}$$

$$u_c = x_a = \sin\theta \cdot \cos\varphi \cdot u_r + \cos\theta \cdot \cos\varphi \cdot u_\theta - \sin\varphi \cdot u_\varphi \tag{14}$$

ويذكر لودفيغ أن هذا التعريف يؤدي إلى نتائج غير دقيقة لأن استقطاب المجال المشع يتغير عملياً كثيراً بتغير الاتجاه انطلاقاً من مركز الهوائي، ومنطقة المجال البعيد غير مستوية ولكن مماسة لسطح كروي. أما التعريفان الثاني والثالث اللذان يعطيهما لودفيغ للاستقطاب يستخدمان وحدات متجهات غير مماسة للكرة. وفي تعريفه الثاني يتم اختيار اتجاه المكونة الرئيسية الاستقطاب بين مكونات وحدات المتجهات بإحداثيات كروية بينما يتم اختيار اتجاه المكونة ذات الاستقطاب المتقاطع بين ومكونات وحدات المتجهات الأخرى ذات الإحداثيات الكروية. وعلى سبيل المثال يمكن اختيار:

$$u_p = u_\varphi \qquad u_c = u_\theta \tag{15}$$

وفي التعريف الثالث الذي يعطيه لودفيغ تتحدد اتجاهات المكونتين الرئيسية ومتقاطعة الاستقطاب حسب طريقة معتادة لقياس مخطط استقطاب الهوائي. وترد طريقة القياس العادية في الشكل 3. وتقاس زاوية استقطاب هوائي الاقتران β (بين u_φ و u_p) بين المتجه u_φ والمتجه u_θ. وإذا كان

المجال المرسل باستقطاب أفقي خطي (أي في الاتجاه y+) على محور نقطة التسديد (θ = 0°)، تظهر الزاوية β مساوية للزاوية φ. وتعطى بالتالي المكونتان الرئيسية وذات الاستقطاب المتقاطع في الاتجاه (θ، φ) باستخدام العلاقة التالية:

$$E_p(t) = \underline{\mathbf{E}}(t) \cdot u_p \; E_c(t) = \underline{\mathbf{E}}(t) \cdot u_c \tag{16}$$

على نحو يعبر فيه عن متجه المجال الكهربائي $\underline{\mathbf{E}}(t)$، في هذا الاتجاه على الشكل التالي:

$$\underline{\mathbf{E}}(t) = E_p(t) \cdot u_p + E_c(t) \cdot u_c = E_{pm} \cdot \cos(\omega t) \cdot u_p + E_{cm} \cdot \cos(\omega t + \delta) \cdot u_c \tag{17}$$

هذه هي العبارة العامة التي تحدد الموجة ذات الاستقطاب الإهليلجي. ومن الجدير بالذكر أن الاستقطاب الخطي للمجال $\underline{\mathbf{E}}(t)$ يفرض أن يكون الطور الزمني δ بين مكونتين متعامدتين للاستقطاب الخطي معدوماً (أو مضاعفاً صحيحاً لـ π). غير أن ذلك لا يحتم أن يكون اتساع المكونتين E_{pm} و E_{cm} متساويين.

ويمكن التعبير عن وحدات متجهات المكونتين الأساسية وذات الاستقطاب المتقاطع u_p و u_c عن طريق وحدات متجهات بإحداثيات كروية u_θ و u_φ؛ ومن جهة أخرى تعطي الزاوية β = φ (عندما يستقطب مجال البث في الاتجاه y+ بزاوية مقدارها θ = 0°) باستخدام العلاقة التالية:

$$u_p = \sin\varphi \cdot u_\theta + \cos\varphi \cdot u_\varphi \tag{18}$$

$$u_c = \cos\varphi \cdot u_\theta - \sin\varphi \cdot u_\varphi \tag{19}$$

وأخيراً إذا عبر عن u_θ و u_φ بإحداثيات مستطيل كما هو مبين أعلاه فإنه يمكن التعبير عن المتجهين u_p و u_c كوحدات متجهات (x_a ,y_a ,z_a) في نظام إحداثيات المستطيل للمخطط الهوائي أي:

$$u_p = \sin\varphi \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\varphi \\ \cos\theta\sin\varphi \\ -\sin\theta \end{bmatrix} + \cos\varphi \begin{bmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\varphi\sin\varphi - \sin\varphi\cos\varphi \\ \cos\theta\sin(\varphi)^2 + \cos(\varphi)^2 \\ -\sin\theta\sin\varphi \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$= (\cos\theta\cos\varphi\sin\varphi - \sin\varphi\cos\varphi)\cdot x_a + (\cos\theta\sin(\varphi)2) + \cos(\varphi)2 \cdot y_a - (\sin\theta\sin\varphi)\cdot z_a$$

$$u_C = \cos\varphi \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\varphi \\ \cos\theta\sin\varphi \\ -\sin\theta \end{bmatrix} - \sin\varphi \begin{bmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos(\varphi)^2 + \sin(\varphi)^2 \\ \cos\theta\cos\varphi\sin\varphi - \text{cin}\ \varphi\cos\varphi \\ -\sin\theta\cos\varphi \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$= (\cos\theta\cos(\varphi)^2 + \sin(\varphi)^2)\cdot x_a + (\cos\theta\ \cos\varphi\ \sin\varphi - \sin\varphi\cos\varphi)\ y_a - (\sin\theta\cos\varphi)\cdot z_a$$

هكذا يعبر عن وحدات المتجهات للمكونتين الرئيسية وذات الاستقطاب المتقاطع في حالة الهوائي الساتلي الذي يبث في مجال استقطاب أفقي خطي مواز للمتجه y_a (أي بزاوية استقطاب θ = 0°). مما يعني أن اتجاه المكونة الرئيسية للاستقطاب u_p هو اتجاه المتجه y_a (الموجودة في المستوي الاستوائي) على محور نقطة تسديد الهوائي عندما تكون زاوية التخالف θ = 0° (كما ينتج من العلاقة الواردة أعلاه بالنسبة إلى u_p بزاوية θ = 0°). ويشار إلى أنه فيما يخص زوايا التخالف المحورية لا يكون المتجه u_p موازٍ للمتجه y_a لأن حاصل الضرب لم يعد مساوٍ للوحدة. وإذا لم يبث الساتل في الاستقطاب الأفقي يعطى الاتجاه المرجعي للمكونتين الرئيسية وذات الاستقطاب المتقاطع بالنسبة إلى زاوية استقطاب الإرسال γ، باستخدام العلاقات التالية:

$$u_p = \sin(\varphi + \gamma) \cdot u_\theta + \cos(\varphi + \gamma) \cdot u_\varphi \tag{22}$$

$$u_c = \cos(\varphi + \gamma) \cdot u_\theta - \sin(\varphi + \gamma) \cdot u_\varphi$$

وتكون عندئذ مكونات المستطيل x_a ,y_a ,z_a كالتالي:

$$u_p(\gamma) = \sin(\varphi+\gamma) \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\varphi \\ \cos\theta\sin\varphi \\ -\sin\varphi \end{bmatrix} + \cos(\varphi+\gamma) \begin{bmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\varphi\sin(\varphi+\gamma) - \sin\varphi\ \text{con}(\varphi+\gamma) \\ \cos\theta\sin\varphi\sin(\varphi+\gamma) + \cos\varphi\cos(\varphi+\gamma) \\ -\sin\theta\sin(\varphi+\gamma) \end{bmatrix} \tag{23}$$

$$u_C(\gamma) = \cos(\varphi+\gamma)\begin{bmatrix}\cos\theta\ \cos\varphi\\ \cos\theta\ \sin\varphi\\ -\sin\theta\end{bmatrix} + \sin(\varphi+\gamma)\begin{bmatrix}-\sin\varphi\\ \cos\varphi\\ 0\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}\cos\theta\ \cos\varphi\ \cos(\varphi+\gamma) + \sin\varphi\ \sin(\varphi+\gamma)\\ \cos\theta\ \sin\varphi\ \cos(\varphi+\gamma) - \cos\varphi\ \sin(\varphi+\gamma)\\ -\sin\theta\ \cos(\varphi+\gamma)\end{bmatrix} \quad (24)$$

ولأسباب يعرضها بحث لودفيغ سيكون هذا التعريف الأخير للاتجاهات المرجعية لمكونات الاستقطاب هو التعريف الافتراضي للدراسة.

2 وصف أنظمة الإحداثيات ومصفوفات التحويل

من أجل إجراء حسابات زاوية الاستقطاب تراعى الأنماط الأربعة من نظام الإحداثيات الديكارتية. ويقدم الشكل 4 هذه الأنظمـة الأربعـة، وهـي: نظام إحداثيات نقطة التسديد $\mathbf{R_b}$ ونظام إحداثيات المحطة الأرضية $\mathbf{R_p}$ ونظام إحداثيات الهوائي الساتلي $\mathbf{R_a}$، ونظام إحداثيات مركـز الأرض $\mathbf{R_g}$. ولإجراء حسابات التداخل يمكن أخذ مجموع الأنظمة $\mathbf{R_b}$ و $\mathbf{R_p}$ و $\mathbf{R_a}$ باعتبارها تشكل النظـام السـاتلي "المطلـوب". وبنفـس الطريقـة، إذا وجـد نظام ساتلي "مسبب للتداخل" يكون له إحداثياته الخاصة للهوائي الساتلي $\mathbf{R_{a2}}$ وللمحطة الأرضية $\mathbf{R_{p2}}$ ولنقطة التسديد $\mathbf{R_{b2}}$، على نحو تشكل فيه الأنظمة $\mathbf{R_{b2}}$ و $\mathbf{R_{p2}}$ و $\mathbf{R_{a2}}$ معاً نظاماً ساتلياً "مسبباً للتداخل". ويستخدم نظـام مركـز الأرض $\mathbf{R_g}$ كنظـام وسـيط أثنـاء تحـول الإحداثيـات بـين نظامين لا على التعيين من الأنظمة المذكورة سابقاً. وسيدرس هذا البند إذاً مصفوفات تحول المتجه للانتقال من نظام مركز الأرض $\mathbf{R_g}$ إلى كل مـن الأنظمة الأخرى. ويشكل تحديد مصفوفات التحويل هذه مرحلة أساسية من مراحل الحسابات إذ إنه بعد الحصـول علـى هـذه المصفوفـات يصبـح استنتاج زوايا الاستقطاب وزوايا التراصف النسبي عملية بسيطة. وسيعطى فيما بعد مثال عن الحساب لتسهيل فهم الطريقة.

1.2 الترميز بالرموز

إن تعاريف الرموز والقيم المختارة اعتباطياً للمثال الحسابي هي التالية:

نصف القطر GSO (أنصاف قطر الأرض):	k	=	6,61072
خط العرض للمحطة الأرضية المطلوبة (بالدرجات):	ψ_p	=	20
خط الطول للمحطة الأرضية المطلوبة (بالدرجات):	λ_p	=	80 -
خط العرض لنقطة تسديد الساتل المطلوب (بالدرجات):	ψ_b	=	10
خط الطول لنقطة تسديد الساتل المطلوب (بالدرجات):	λ_b	=	90 -
خط الطول للساتل المطلوب (بالدرجات):	λ_a	=	100-
خط العرض للمحطة الأرضية المسببة للتداخل (بالدرجات):	ψ_{p2}	=	45
خط الطول للمحطة الأرضية المسببة للتداخل (بالدرجات):	λ_{p2}	=	115-
خط العرض لنقطة تسديد الساتل المسبب للتداخل (بالدرجات):	ψ_{b2}	=	35
خط الطول لنقطة تسديد الساتل المسبب للتداخل (بالدرجات):	λ_{b2}	=	85 -
خط الطول للساتل المسبب للتداخل (بالدرجات):	λ_{a2}	=	110-

ولجعل الترميز أكثر وضوحاً ستستعمل الحروف *المائلة الغليظة* لرموز وحدات المتجهات؛ والحروف **الغليظة التي تحتها خط** للمتجهات ذات الطول المختلف عن الوحدة؛ وستمثل إحداثيات المتجهات لنقطة فضائية بالأبعاد الثلاثة باستخدام رموز بحروف تحتها خط فقـط؛ أمـا مصفوفـات تحويـل أنظمة الإحداثيات فباستخدام حروف **كبيرة وغليظة**. وتؤخذ وحدة المسافة مساوية لنصف قطر الأرض (6 378,153 كم).

ملاحظة – ولجعل هذا الترميز بالرموز أكثر وضوحاً استعملت بشكل استثنائي حـروف خاصـة ومـن الممكـن أن تظهـر نفـس الحـروف في شـكل مختلف عنها في النص المطبوع تبعاً لعتاد الحاسوب والبرامجيات المستعملة.

2.2 نظام مركز الأرض R_g

إن مصدر نظام مركز الأرض هو مركز الأرض؛ محوره +z متوجه نحو الشمال ومحوره +x متوجه نحو الساتل ومحوره +y متوجه بزاوية 90° شرق المحور +x. وتكون بالتالي وحدات متجهاته التي تعرف المكونات من النمط $\mathbf{R_g}$ هي التالية:

$$x_g = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad z_g = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad y_g = z_g \times x_g \quad y_g = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{25}$$

حيث يشير $z_g \times x_g$ إلى حاصل ضرب المتجهين. وتجدر الإشارة إلى أن المتجهان x_g و y_g يوجدان في المستوى الاستوائي.

3.2 نظام المحطة الأرضية المطلوبة R_p

يجدر التذكير بأن الرأسي المحلي في مكان معين على الأرض يتحدد عن طريق المتجه بدءاً من مركز الأرض حتى هذه النقطة. تمتلك وحدة المتجه مع الرأسي المحلي في المحطة الأرضية P إذاً المكونات المركزية الأرضية التالية:

$$lv = \begin{bmatrix} \cos\psi_p \ \cos(\lambda_p - \lambda_s) \\ \cos\psi_p \ \sin(\lambda_p - \lambda_s) \\ \sin\psi_p \end{bmatrix} \tag{26}$$

وتكون الإحداثيات المركزية للأرض للنقطة P على الأرض من نقطة التسديد B ومن الساتل S كما يلي:

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \cos\psi_p \ \cos(\lambda_p - \lambda_s) \\ \cos\psi_p \ \sin(\lambda_p - \lambda_s) \\ \sin\psi_p \end{bmatrix} \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} \cos\psi_b \ \cos(\lambda_b - \lambda_s) \\ \cos\psi_b \ \sin(\lambda_b - \lambda_s) \\ \sin\psi_b \end{bmatrix} \quad \underline{S} = \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{27}$$

وتكون إذاً المكونات المركزية الأرضية لمتجه الموقع $\underline{PS}$ بين المحطة الأرضية P والساتل S كما يلي:

$$\underline{PS} = \underline{S} - \underline{P} \quad \underline{PS} = \begin{pmatrix} 5.728 \\ -0.321 \\ -0.342 \end{pmatrix} \tag{28}$$

ويتحدد نظام إحداثيات المحطة الأرضية بوجود مصدره في هذه المحطة وبتوجه محوره +z نحو الساتل. وتكون بالتالي وحدة المتجه على هذا المحور +z كالتالي:

$$z_p = \frac{\underline{PS}}{|\underline{PS}|} \quad z_p = \begin{pmatrix} 0.997 \\ -0.056 \\ -0.06 \end{pmatrix} \tag{29}$$

وتتجه وحدة المتجه على المحور x نحو يسار المرصد الواقع في المحطة الأرضية ومقابل للساتل (أي أن اتجاهه هو حاصل ضرب المتجه الرأسي المحلي lv في وحدة المتجه z_p)

$$x_p = \frac{lv \times z_p}{|lv \times z_p|} \quad x_p = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.729 \\ -0.685 \end{pmatrix} \tag{30}$$

(وتجدر الإشارة بأنه لا يمكن تحديد المتجه x_p عن طريق المعادلة السابقة في الحالة الخاصة التي تقع فيها النقطة على الأرض عند نقطة مسقط الساتل (مسقط الساتل على سطح الأرض) إذ إن lv و z_p واقعان على نفس الخط. وبالنسبة إلى هذه الحالة الخاصة يكتفى باختيار x_p مساوٍ لـ y_g.)

وأخيراً، تتحدد وحدة المتجه في الاتجاه الموجب y الذي يكمل نظام اليامنة، عن طريق حاصل ضرب المتجهين كالتالي:

$$y_p = z_p \times x_p \qquad y_p = \begin{pmatrix} 0.082 \\ 0.683 \\ 0.726 \end{pmatrix} \tag{31}$$

يمكننا التحقق من أن وحدات المتجهات هذه تشكل نظام إحداثيات ديكارتري ميامن عن طريق التحقق من حاصل الضرب (أي أن هذين المتجهين متعامدان إذا كان حاصل الضرب معدوماً)

$$x_p \times y_p = 0 \qquad x_p \times z_p = 0 \qquad y_p \times z_p = 0 \tag{32}$$

من المستحسن أيضاً الانتباه عموماً إلى أن المتجه y_p لا يوجد في نفس اتجاه الخط الرأسي المحلي l_v. وفي هذه الحالة بالفعل تنقص الزاوية التي يشكلها هذان المتجهان من ناتج ضربهما على النحو التالي:

$$a\cos(l_v \times y_p) = 57.325° \tag{33}$$

ويمكننا الآن تحديد مصفوفة التحويل $\mathbf{M_p}$ التي تحول متجهاً ما لتنقله من نظام مركز الأرض $\mathbf{R_g}$ إلى نظام محطة أرضية $\mathbf{R_p}$. وتكون خطوط هذه المصفوفة هي المكونات x و y و z لوحدات المتجهات لنظام الإحداثيات للمحطة الأرضية. وبذلك نصل على ما يلي:

$$\mathbf{M_p} = \begin{bmatrix} x_{p1} & x_{p2} & x_{p3} \\ y_{p1} & y_{p2} & y_{p3} \\ z_{p1} & z_{p2} & z_{p3} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{M_p} = \begin{pmatrix} 0 & 0.729 & -0.685 \\ 0.082 & 0.683 & 0.726 \\ 0.997 & -0.056 & -0.06 \end{pmatrix} \tag{34}$$

حيث يمثل x_{p2} على سبيل المثال المكونة y من وحدة المتجه x_p.

وينبغي التذكير بأن تحويل الإحداثيات **لا يغير من طولها أو اتجاهها أو توجيه المتجه: فهو لا يغير إلا قاعدة هذا المتجه.** ولا ينطوي التصريح عن متجه ما في نظام إحداثيات ما على أن هذا المتجه له نفس مصدر هذا النظام. ومن أجل التعبير عن مكونات المتجه في نظام إحداثيات المحطة الأرضية بشكل يلائم النظام المركزي للأرض تستخدم معادلة المصفوفة التالية:

$$\underline{\mathbf{V_p}} = \mathbf{M_p} \cdot \underline{\mathbf{V_g}} \tag{35}$$

وفيها $\underline{\mathbf{V_g}}$ هو المتجه بمكونات مركزية أرضية $\mathbf{R_g}$ حيث $\underline{\mathbf{V_p}}$ هو المتجه بمكونات المحطة الأرضية $\mathbf{R_p}$. ومن أجل إجراء التحويل المعاكس – من النظام $\mathbf{R_p}$ إلى النظام $\mathbf{R_g}$ – ينبغي معرفة عكس المصفوفة $\mathbf{M_p}$. وبما أن جميع مصفوفات التحويل بين أنظمة إحداثيات المستطيل هي متعامدة، فإن عكس المصفوفة $\mathbf{M_p^T}$ مساوية للمصفوفة المقلوبة $\mathbf{M_p^T}$. ويكون بذلك التحويل العكسي كما يلي:

$$\underline{\mathbf{V_g}} = \mathbf{M_p^T} \cdot \underline{\mathbf{V_p}} \tag{36}$$

وتجدر الإشارة إلى أنه إذا أردنا الحصول على إحداثيات النقطة $\underline{W'}$ (x′، y′، z′) في نظام إحداثيات المحطة الأرضية عندما تكون هذه النقطة محددة في الإحداثيات $\underline{W}$ (x، y، z) للنظام المركزي للأرض تستخدم العلاقة التالية:

$$\underline{\mathbf{W'}} = \mathbf{M_p} \cdot (\underline{\mathbf{W}} - \underline{\mathbf{P}}) \tag{37}$$

حيث P هي النقطة على الأرض لإحداثيات مركز الأرض حيث تقع المحطة الأرضية، وتتحدد حسب مصفوفات المعادلة (27).

4.2 نظام المحطة المسببة للتداخل R_{p2}

سيتم اتباع نفس الإجراء الوارد أعلاه للحصول على مصفوفة التحويل التي تتيح الانتقال من النظام المركزي للأرض R_g إلى نظام إحداثيات المحطة المسببة للتداخل R_{p2}.

تمتلك وحدة المتجه على المحور الرأسي المحلي l_{v2} بدءاً من المحطة المسببة للتداخل P_2 المكونات المركزية الأرضية R_g التالية:

$$l_{v2} = \begin{bmatrix} \cos\psi_{p2}\cos(\lambda_{p2} - \lambda_s) \\ \cos\psi_{p2}\sin(\lambda_{p2} - \lambda_s) \\ \sin\psi_{p2} \end{bmatrix} \qquad l_{v2} = \begin{pmatrix} 0.683 \\ -0.183 \\ 0.707 \end{pmatrix} \tag{38}$$

(تجدر الإشارة إلى استعمال الزاوية λ_g الواردة أعلاه وليس الزاوية λ_{a2} لأن المحور الرجعي x للنظام R_g موجه نحو الساتل "المطلوب" S).

وإن الإحداثيات المركزية الأرضية لنقطة على الأرض مسببة للتداخل P_2، ولنقطة تسديد الساتل المسبب للتداخل B_2 والساتل المسبب للتداخل S_2 هي التالية:

$$\underline{P_2} = \begin{bmatrix} \cos\psi_{p2}\cos(\lambda_{p2} - \lambda_s) \\ \cos\psi_{p2}\sin(\lambda_{p2} - \lambda_s) \\ \sin\psi_{p2} \end{bmatrix} \quad \underline{B_2} = \begin{bmatrix} \cos\psi_{b2}\cos(\lambda_{b2} - \lambda_s) \\ \cos\psi_{b2}\sin(\lambda_{b2} - \lambda_s) \\ \sin\psi_{b2} \end{bmatrix}$$

$$\underline{S_2} = \begin{bmatrix} k\cos(\lambda_{s2} - \lambda_s) \\ k\sin(\lambda_{s2} - \lambda_s) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{39}$$

والمكونات المركزية الأرضية لمتجه الموقع $\underline{P_2S_2}$ اعتباراً من المحطة الأرضية P_2 وحتى الساتل S_2 هي التالية:

$$\underline{P_2S_2} = \underline{S_2} - \underline{P_2} \qquad \underline{P_2S_2} = \begin{pmatrix} 5.827 \\ -0.965 \\ 0.707 \end{pmatrix} \qquad \left|\underline{P_2S_2}\right| = 5.949 \tag{40}$$

ويتحدد نظام الإحداثيات للمحطة الأرضية المسببة للتداخل بأنه يبدأ من المحطة الأرضية P_2 وبأن محوره +z موجه نحو الساتل S_2. ويكون إذاً المتجه على محوره +z كالتالي:

$$z_{p2} = \frac{\underline{P_2S_2}}{\left|\underline{P_2S_2}\right|} \qquad z_{p2} = \begin{pmatrix} 0.98 \\ -0.162 \\ 0.119 \end{pmatrix} \tag{41}$$

ومتجهه على المحور x موجه إلى يسار مرصد واقع في المحطة الأرضية مقابلة الساتل (أي أن اتجاهه هو حاصل ضرب الخط الرأسي المحلي l_{v2} في وحدة المتجه z_{p2}):

$$x_{p2} = \frac{l_{v2} \times z_{p2}}{\left|l_{v2} \times z_{p2}\right|} \qquad x_{p2} = \begin{pmatrix} 0.173 \\ 0.981 \\ 0.087 \end{pmatrix} \tag{42}$$

وأخيراً يتم الحصول على وحدة المتجه في الاتجاه +y المكمل لنظام اليمانة عن طريق حاصل ضرب المتجهات كما يلي:

$$y_{p2} + z_{p2} \times x_{p2} \qquad y_{p2} = \begin{pmatrix} 0.103 \\ -0.106 \\ 0.989 \end{pmatrix} \tag{43}$$

ويمكن الآن تحديد مصفوفة التحويل M_{p2} لتحويل متجه ما من النظام المركزي الأرضي R_g إلى نظام المحطة الأرضية المسببة للتداخل R_{p2} كالتالي:

$$M_{p2} = \begin{bmatrix} x_{p2_1} & x_{p2_2} & x_{p2_3} \\ y_{p2_1} & y_{p2_2} & y_{p2_3} \\ z_{p2_1} & z_{p2_2} & z_{p2_3} \end{bmatrix} \qquad M_{p2} = \begin{pmatrix} 0.173 & 0.891 & 0.087 \\ 0.103 & -0.106 & 0.989 \\ 0.98 & -0.162 & -0.119 \end{pmatrix} \tag{44}$$

5.2 نظام إحداثيات هوائي ساتلي مطلوب R_a

لمتجه الموقع الذي يبدأ من نقطة التسديد B وينتهي عند الساتل S المكونات المركزية الأرضية التالية:

$$\underline{BS} = \underline{S} - \underline{B} \qquad \underline{BS} = \begin{pmatrix} 5.641 \\ -0.171 \\ -0.174 \end{pmatrix} \qquad |\underline{BS}| = 5.646 \tag{45}$$

ويكون لوحدة المتجه المقابل لمتجه الموقع هذا المكونات المركزية الأرضية التالية:

$$z_b = \frac{\underline{BS}}{|\underline{BS}|} \qquad z_b = \begin{pmatrix} -0.999 \\ 0.03 \\ 0.031 \end{pmatrix} \tag{46}$$

ويتخذ نظام إحداثيات الهوائي الساتلي المطلوب R_a مصدره بدءاً من الساتل ويكون تسديد محوره +z نحو النقطة B حسب محـور تسـديد الهوائـي ومحوره +y موجه إلى الشرق حسب المستوي الاستوائي (انظر الشكل 4). وبهذا تكون وحدة المتجه على المحور +z كالتالي:

$$z_a = -z_b \qquad z_a = \begin{pmatrix} -0.999 \\ 0.03 \\ 0.031 \end{pmatrix} \tag{47}$$

وتكون وحدة المتجه على المحور +y، y_a إذاً عمودية على المتجه z_a وكذلك على المتجه z_g على نحو يضعها في المستوي الاستوائي. ويكون حاصل ضرب المتجهات إذاً كما يلي:

$$y_a = \frac{z_a \times z_g}{|z_a \times z_g|} \qquad y_a = \begin{pmatrix} 0.0303 \\ 0.99954 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad |y_a| = 1 \tag{48}$$

ولاستكمال نظام إحداثيات اليامنة الديكارتي يكون لدينا الناتج التالي:

$$x_a = y_a \times z_a \qquad x_a = \begin{pmatrix} 0.031 \\ -9.32 \times 10^{-4} \\ 1 \end{pmatrix} \qquad |x_a| = 1 \tag{49}$$

وللتحقق من وجود نظام يامنة وميزان المتجه y_a يقع بالتأكيد في المستوي الاستوائي ينبغي حساب حاصب الضرب للمتجهات كالتالي:

$$\begin{aligned} x_a \times y_a &= 0 \\ x_a \times z_a &= 0 \qquad y_a \times z_g \\ y_a \times z_a &= 0 \end{aligned} \tag{50}$$

ثم تبدأ عملية التحويل من النظام المركزي الأرضي R_g إلى نظام الهوائي الساتلي المطلوب R_a بواسطة المصفوفة التالية:

$$M_A = \begin{bmatrix} x_{a1} & x_{a2} & x_{a3} \\ y_{a1} & y_{a2} & y_{a3} \\ z_{a1} & z_{a2} & z_{a3} \end{bmatrix} \qquad M_A = \begin{pmatrix} 0.031 & 9.32 \times 10-4 & 1 \\ 0.03 & 1 & 0 \\ -0.999 & 0.03 & 0.031 \end{pmatrix} \tag{51}$$

6.2 نظام إحداثيات هوائي الساتل المسبب للتداخل R_{a2}

من أجل حساب مصفوفة التحويل المقابلة ينبغي اتباع نفس الإجراء الوارد في الفقرة 5.2.

ولمتجه الموقع الذي يبدأ من نقطة التسديد B_2 وحتى الساتل S_2 المكونات المركزية الأرضية:

$$\underline{B_2S_2} = \underline{S_2} - \underline{B_2} \qquad \underline{B_2S_2} = \begin{pmatrix} 5.719 \\ -1.36 \\ -0.574 \end{pmatrix} \qquad \left|\underline{B_2S_2}\right| = 5.906 \tag{52}$$

ويكون بالتالي لوحدة المتجه المقابل لمتجه الموقع هذا المكونات المركزية الأرضية التالية:

$$z_{b2} = \frac{\underline{B_2S_2}}{\left|\underline{B_2S_2}\right|} \qquad z_{b2} = \begin{pmatrix} 0.968 \\ -0.23 \\ -0.097 \end{pmatrix} \qquad |z_{b2}| = 1 \tag{53}$$

أما منشأ نظام إحداثيات الهوائي الساتلي المسبب للتداخل R_{a2} فهو الساتل S_2 ومحوره +z المسدد نحو النقطة B_2 حسب محور تسديد الهوائي ومحوره +y الموجه نحو الشرق في المستوي الاستوائي. وتكون وحدة المتجه على المحور +z هي التالية:

$$z_{a2} = -z_{b2} \qquad z_{a2} = \begin{pmatrix} -0.968 \\ 0.23 \\ 0.097 \end{pmatrix} \qquad |z_{a2}| = 1 \tag{54}$$

ووحدة المتجه على المحور +y، y_{a2} إذاً متعامدة على المتجه z_{a2} وكذلك على المتجه z_g على نحو يتواجد فيه في المستوي الاستوائي. وبذلك تكون قيمة حاصل الضرب كالتالي:

$$y_{a2} = \frac{z_{a2} \times z_g}{|z_{a2} \times z_g|} \qquad y_{a2} = \begin{pmatrix} 0.231 \\ 0.973 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad |y_{a2}| = 1 \tag{55}$$

ومن أجل استكمال نظام إحداثيات الميامنة الديكارتي يكون لدينا الناتج:

$$x_{a2} = y_{a2} \times z_{a2} \qquad x_{a2} = \begin{pmatrix} 0.094 \\ -0.022 \\ 0.995 \end{pmatrix} \qquad |x_{a2}| = 1 \tag{56}$$

ثم يتم التحويل بغية الانتقال من النظام المركزي الأرضي R_g إلى نظام الهوائي الساتلي المسبب للتداخل R_{a2} بواسطة المصفوفة التالية:

$$\mathbf{M_{A2}} = \begin{bmatrix} x_{a2_1} & x_{a2_2} & x_{a2_3} \\ y_{a2_1} & y_{a2_2} & y_{a2_3} \\ z_{a2_1} & z_{a2_2} & z_{a2_3} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{M_{A2}} = \begin{pmatrix} 0.094 & -0.022 & 0.995 \\ 0.231 & 0.973 & 0 \\ -0.968 & 0.23 & 0.097 \end{pmatrix} \tag{57}$$

وبهذا يكون لدينا جميع مصفوفات التحويل الضرورية.

3 . حساب زوايا الاستقطاب وزوايا التراصف النسبي

يمكننا الآن بواسطة استخدام مصفوفات التحويل السابقة، تحديد زوايا التراصف النسبي β_d و β_u من أجل حالات التداخل على المسير الهابط والمسير الصاعد على التوالي.

1.3 حساب زاوية التراصف النسبي β_d في حالة مسير هابط

ينبغي في هذه الحالة تحديد زاوية التراصف اعتباراً من المحطة الأرضية "المطلوبة" P بين الإشارات المرسلة عبر الساتل "المطلوب" S والساتل المسبب للتداخل S_2. ويفترض أن هوائي المحطة الأرضية المطلوبة P موجهة إلى ساتلها S بالذات. ويمكن تقسيم المسألة إلى ثلاث مراحل:

المرحلة 1: حساب زاوية الاستقطاب ε_{d1} للموجه المستقبلة من الساتل المطلوب S بتحويل المتجه u_p من المكونة الرئيسية للاستقطاب – المحدد في نظام إحداثيات الهوائي الساتلي المطلوب R_a – من أجل نقله إلى نظام الإحداثيات R_p للمحطة الأرضية المطلوبة؛

المرحلة 2: حساب زاوية الاستقطاب ε_{d2} للموجة المستقبلة للساتل المسبب للتداخل S_2 بتحويل المتجه u_{p2} للمكونة الرئيسية للاستقطاب – المحدد في نظام إحداثيات هوائي الساتل المسبب للتداخل R_{a2} – ولنقله إلى نظام الإحداثيات R_p للمحطة الأرضية المطلوبة؛

المرحلة 3: حساب الاختلاف بين الزاويتين ε_{d1} و ε_{d2} للحصول على زاوية التراصف β_d. ثم الرجوع إلى الشكل 4.

تتحدد زاوية الاستقطاب γ لموجة يرسلها ساتل ما في مستوٍ عادي لمحور تسديد الهوائي (أي عادي للمتجه z_a). وداخل هذا المستوي يتم قياس هذه الزاوية بالقيمة الموجبة وبعكس اتجاه عقارب الساعة بدءاً من المحور +y الذي يحدده المتجه y_a بالنسبة إلى المراقب الذي ينظر في الاتجاه الذي يحدده المتجه z_a. وتمثل بالتالي الزاوية $\gamma = 0°$ متجه الاستقطاب الذي يقع في المستوي الاستوائي. وينبغي عدم نسيان أن توجه الاستقطاب يتغير حسب زاوية السمت على نحو يتحدد فيه الاستقطاب المرجعي للهوائي باعتباره استقطاباً للمجال الكهربائي $\underline{E}$ في محور التسديد (أي بزاوية $\theta = 0°$ بالنسبة إلى هذا المحور). وعند الموقع الزاوي (θ, φ) في مخطط المجال البعيد، تتحدد المكونتان الرئيسية وذات الاستقطاب المتقاطع للمجال $\underline{E}$ بأنهما واقعتان على وحدتي المتجهين u_p و u_c المماستين لكرة ما في النقطة (θ, φ). وعند حساب الزاويتين ε_{d1} و ε_{d2} ينبغي تحديد المتجه u_p (و u_{p2} بالنسبة إلى الساتل المسبب للتداخل) في زاوية سمت محطة الاستقبال الأرضية، P. انظر في الشكل 4 المخطط التفصيلي لنظام إحداثيات الهوائي الساتلي. ويتحدد الموقع الزاوي للمحطة الأرضية P في نظام إحداثيات الهوائي الساتلي عن طريق الزاويتين θ_a و φ_a. والزاوية θ_a هي التباعد الزاوي بين محور المتجه $-z_p$ (الذي يتجه نحو المحطة الأرضية P) ومحور المتجه z_a (أي محور تسديد الهوائي الساتلي). والزاوية φ_a هي زاوية التوجه (أو السمت) للمحطة الأرضية. وهي الزاوية المقيسة في المستوى العادي لمحور التسديد (أي في المستوي الذي يحدده المتجهان z_a و $-y_a$)، بين محور المتجه z_a *وإسقاط* المتجه z_p – على المستوي y_a– و x_a. وتقاس الزاوية φ_a بالقيمة الموجبة وباتجاه عقاب الساعة بدءاً من محور المتجه x_a بالنسبة إلى مراقب ينظر في الاتجاه الذي يشير إليه المتجه z_a. وستحدد قيمة هذه الزوايا عن طريق تحويل وحدة المتجه z_p – أولاً لنقله من نظام الإحداثيات R_a بغية الحصول على مكوناته (x_a, y_a, z_a) على النحو التالي:

$$\begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix} = \mathbf{M_A} \cdot (-z_p) \tag{58}$$

وتكون عندئذ الزاويتان θ و φ (التخالف والسمت) كما يلي:

$$\theta_a = a\cos z_a \qquad \varphi_a = a\tan\left(\frac{y_a}{x_a}\right)$$
$$\theta_a = 2.212° \qquad \varphi_a = 41.747° \tag{59}$$

وانطلاقاً من المعادلة (23) يعبر عن وحدة المتجه u_p للمكونة الرئيسية للاستقطاب عن طريق المكونات x_a و y_a و z_a بالنسبة إلى زاوية الاستقطاب $\gamma = 0°$ على النحو التالي:

$$u_p = \sin(\varphi_a + \gamma)\begin{bmatrix} \cos\theta_a \cos\varphi_a \\ \cos\theta_a \sin\varphi_a \\ -\sin\theta_a \end{bmatrix} + \cos(\varphi_a + \gamma)\begin{bmatrix} -\sin\varphi_a \\ \cos\varphi_a \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$u_p = \begin{pmatrix} -3.7013 \times 10^{-4} \\ 0.9997 \\ -0.0257 \end{pmatrix} \qquad |u_p| = 1 \tag{60}$$

ويعبر عن المتجه u_p للمكونة الرئيسية للاستقطاب الواردة أعلاه عن طريق مكونات نظام إحداثيات الهوائي الساتلي $\mathbf{R_a}$. ومن أجـل تحديـد زاويـة استقطاب هذه المكونة الرئيسية لمحطة الاستقبال الأرضية ينبغي تحويل المتجه u_p لنقله من نظام إحداثيات المحطة الأرضية $\mathbf{R_p}$. ولهذه الغاية يُبدأ بنقل مكونات نظام الهوائي $\mathbf{R_a}$ إلى مكونات مركزية أرضية $\mathbf{R_g}$ ثم تحويل هذه الأخيرة إلى مكونات محطة أرضية $\mathbf{R_p}$ بواسطة معادلة المصفوفة التالية:

$$u_{pp} = \mathbf{M_p} \cdot (\mathbf{M_A^T} \cdot u_p) \quad u_{pp} = \begin{pmatrix} 0.728 \\ 0.685 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (u_p \text{ in } \mathbf{R_p} \text{ components}) \tag{61}$$

وتستنتج عندئذ زاوية استقطاب الاستقبال (المقيسة اعتباراً من المتجه x_p) من المكونين x و y للمتجه u_{pp}:

$$\varepsilon_{d1} = a\tan\left(\frac{u_{pp2}}{u_{pp1}}\right) \qquad \varepsilon_{d1} = 43.248^\circ \tag{62}$$

ويتم اتباع إجراء مماثل للحصول على الزاوية ε_{d2}. ومن أجل تحديد الموقع الزاوي لمحطة الاستقبال الأرضية المطلوبة P، بالنسبة إلى نظـام إحداثيـات الهوائي الساتلي المسبب للتداخل $\mathbf{R_{a2}}$، ينبغي تحديد وحدة المتجه الذي يتجه من الساتل المسبب للتداخل S_2 إلى المحطة الأرضية P.

وتكون المكونات المركزية الأرضية لمتجه الموقع $\underline{PS_2}$ الذي يتجه من المحطة الأرضية P إلى الساتل S_2 هي:

$$\underline{PS_2} = \underline{S_2} - \underline{P} \qquad \underline{PS_2} = \begin{pmatrix} 5.627 \\ -1.469 \\ -0.342 \end{pmatrix} \qquad |\underline{PS_2}| = 5.826 \tag{63}$$

وتكون وحدة المتجه عندئذ في هذا الاتجاه كما يلي:

$$z_{p2} = \frac{\mathbf{PS_2}}{|\underline{PS_2}|} \qquad z_{p2} = \begin{pmatrix} 0.966 \\ -0.252 \\ -0.059 \end{pmatrix} \qquad |z_{p2}| = 1 \tag{64}$$

ويكون المتجه الذي يتجه *من* الساتل المسبب للتداخل *إلى* المحطة الأرضية P هو $-z_{p2}$. ثم يتم اتباع المعادلات من (58) إلى (62) من أجل حساب زاوية الاستقطاب ε_{d2} للإشارات المستقبلة من الساتل المسبب للتداخل.

$$\begin{bmatrix} x_{a2} \\ y_{a2} \\ z_{a2} \end{bmatrix} = \mathbf{M_{A2}} \cdot (-z_{p2}) \tag{65}$$

وتكون زاويتا التخالف والسمت، θ و φ هما:

$$\theta_{a2} = a\cos z_{a2} \qquad \varphi_{a2} = a\tan\left(\frac{y_{a2}}{x_{a2}}\right)$$
$$\theta_{a2} = 2.538^\circ \qquad \varphi_{a2} = 150.35^\circ \tag{66}$$

وتعطى وحدة المتجه u_{p2} التي تحدد الاتجاه المرجعي للمكونة الرئيسية للاستقطاب في هذه المنطقة من المخطط بإحداثيات النظام $\mathbf{R_{a2}}$ بالنسبة لزاوية استقطاب $\gamma_2 = 0^\circ$، عن طريق:

$$u_{p2} = \sin(\varphi_{a2} + \gamma_2) \begin{bmatrix} \cos\theta_{a2}\cos\varphi_{a2} \\ \cos\theta_{a2}\sin\varphi_{a2} \\ -\sin\theta_{a2} \end{bmatrix} + \cos(\varphi_{a2} + \gamma_2) \begin{bmatrix} -\sin\varphi_{a2} \\ \cos\varphi_{a2} \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 4.219 \times 10^{-4} \\ 1 \\ -0.022 \end{pmatrix} \tag{67}$$

وهنا أيضاً يعبر عن وحدة المتجه u_{p2} الوارد أعلاه والذي يحدد الاتجاه المرجعي لمكونة الاستقطاب الرئيسية عن طريق مكونات نظام إحداثيات الهوائي الساتلي $\mathbf{R_{a2}}$. ومن أجل تحديد زاوية الاستقطاب ε_{d2} في محطة الاستقبال الأرضية ينبغي تحويل المتجه u_{p2} إلى مكونات نظام المحطة الأرضية $\mathbf{R_p}$. ولهذا يبدأ بتحويل مكونات نظام الهوائي $\mathbf{R_{a2}}$ إلى مكونات مركزية أرضية $\mathbf{R_g}$ ثم تحويل المكونات $\mathbf{R_g}$ إلى مكونات $\mathbf{R_p}$ للمحطة الأرضية عن طريق معادلة المصفوفة التالية:

$$u_{p2p} = \mathbf{M_p} \cdot (\mathbf{M_{A2}^T} \cdot u_{p2}) \qquad u_{p2p} = \begin{pmatrix} 0.706 \\ 0.68 \\ 0.198 \end{pmatrix} \qquad (u_{p2} \text{ in } \mathbf{R_p} \text{ components}) \tag{68}$$

وتكون عندئذ زاوية استقطاب الإشارات المستقبلة هي:

$$\varepsilon_{d2} = a\tan\left(\frac{u_{p2p2}}{u_{p2p1}}\right) \qquad \varepsilon_{d2} = 43.904° \tag{69}$$

كما تكون زاوية التراصف النسبي β_d كما يلي:

$$\beta_d = |\varepsilon_{d1} - \varepsilon_{d2}| \qquad \beta_d = 0.655° \tag{70}$$

2.3 حساب زاوية التراصف النسبي β_u فيما يخص حالة وصلة صاعدة

ينبغي في هذه الحالة تحديد زاوية التراصف بين إشارات الاستقطاب الخطي المستقبلة عن طريق ساتل "مطلوب" S لمحطة أرضية "مطلوبة" P ومحطة أرضية مسببة للتداخل P_2. ويفترض أن المحطة الأرضية المسببة للتداخل P_2 تتجه إلى ساتلها الخاص الذي هو الساتل S_2. ويضم الإجراء المراحل الثلاثة التالية:

المرحلة 1: حساب زاوية الاستقطاب ε_{u1} للموجة المستقبلة من المحطة الأرضية "المطلوبة" P بتحويل المتجه u_p لمكونة الاستقطاب الرئيسية – المحددة في نظام إحداثيات المحطة الأرضية المطلوبة $\mathbf{R_p}$ – إلى متجه نظام إحداثيات الهوائي $\mathbf{R_a}$ للساتل المطلوب؛

المرحلة 2: حساب زاوية الاستقطاب ε_{u2} للموجة المستقبَلة من المحطة الأرضية المسببة للتداخل P_2 بتحويل متجه الاستقطاب u_{p2} – المحدد في نظام إحداثيات المحطة الأرضية المسببة للتداخل $\mathbf{R_{p2}}$ – إلى متجه نظام إحداثيات الهوائي $\mathbf{R_a}$ للساتل المطلوب؛

المرحلة 3: حساب الفرق بين ε_{u1} و ε_{u2} للحصول على زاوية التراصف β_u.

وفي تحديد متجهي استقطاب الإشارات التي ترسلها المحطتان الأرضيتان المطلوبة والمسببة للتداخل باتجاه ساتليهما على التوالي، يفترض أن هذين المتجهين متراصفان مع استقطابات باستقبال خارج محور هوائياتهما الساتلية على التوالي. واستقطاب استقبال الهوائي في اتجاه معين تعريفاً هو استقطاب الإشارة التي يرسلها الهوائي في هذا الاتجاه. وبالتالي من أجل تحديد متجهات الاستقطاب المتراصفة لإرسالات المحطات الأرضية، ينبغي أولاً تحديد متجهات استقطاب الإشارات التي ترسلها الهوائيات في اتجاه محطاتها الأرضية على التوالي. ويرد وصف الطريقة فيما بعد، أولاً فيما يخص النظام المطلوب ثم النظام المسبب للتداخل.

ونحدد أولاً متجه الاستقطاب u_p للإشارة المرسلة من المحطة الأرضية المطلوبة P نحو الساتل المطلوب S. وكما ذكرنا سابقاً يفترض أن هذا المتجه متراصف مع متجه استقطاب الإشارة التي يستقبلها هوائي الساتل S في اتجاه P. وهو تحديداً استقطاب الإشارة المرسلة من S إلى P، الذي سبق أن حسب في حالة الوصلة الهابطة (المعادلة (161)). وبالتالي وانطلاقاً من المعادلة (61) يتم الحصول على متجه الاستقطاب المتراصف للإشارة المرسلة من المحطة الأرضية P على الوصلة الصاعدة نحو S عن طريق ما يلي:

$$u_p = u_{pp} \qquad u_p = \begin{pmatrix} 0.728 \\ 0.685 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (u_p \text{ in } \mathbf{R_p} \text{ components}) \tag{71}$$

ونجري على سبيل التحقق تحويل المتجه في نظام الهوائي $\mathbf{R_a}$ من الساتل المطلوب مما يعطي ما يلي:

$$u_{pa} = \mathbf{M_A} \cdot (\mathbf{M_p^T} \cdot u_p) \cdot u_{pa} = \begin{pmatrix} -0.7013 \times 10{-}4 \\ 0.9997 \\ -0.0257 \end{pmatrix} \qquad (u_p \text{ in } \mathbf{R_a} \text{ components}) \tag{72}$$

وينبغي الإشارة إلى أن هذا المتجه يقابل متجه الإشارة التي يرسلها الساتل على الوصلة الهابطة (المعادلة (60)). وبما أن زاوية استقطاب النظام $\mathbf{R_a}$ تقاس تحديداً في الاتجاه المعاكس لعقارب الساعة بدءاً من المحور $+y_a$ عند النظر باتجاه z_a، تكون زاوية الاستقطاب ε_{u1} للإشارة التي يستقبلها الساتل المطلوب S هي:

$$\varepsilon_{u1} = a\tan\left(\frac{u_{pa_1}}{u_{pa_2}}\right) \qquad \varepsilon_{u1} = -0.021^\circ \tag{73}$$

(وتجدر الإشارة إلى أنه مع مراعاة طريقة تعريف زاوية الاستقطاب، تكون النسبة على شكل x/y المكونة x مقسومة على المكونة y).

ومن أجل تحديد قيمة الاستقطاب u_{p2} للإشارة التي ترسلها المحطة الأرضية المسببة للتداخل P_2 باتجاه الساتل المطلوب S. من الضروري أولاً تحديد متجه استقطاب الإشارة التي ترسلها المحطة الأرضية P_2 باتجاه ساتلها الخاص S_2. ويفترض هنا أيضاً أن هذا المتجه متراصف مع متجه استقطاب الإشارة التي تستقبلها S_2 في اتجاه المحطة الأرضية P_2.

ويجدر التذكير بأن الإحداثيات المركزية الأرضية للمحطة الأرضية P_2 والساتل S_2 هي:

$$\underline{P_2} = \begin{pmatrix} 0.683 \\ -0.183 \\ 0.707 \end{pmatrix} \qquad \underline{S_2} = \begin{pmatrix} 6.51 \\ -1.148 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{74}$$

ويكون بالتالي متجه الموقع من المحطة الأرضية المسببة للتداخل إلى الساتل المسبب للتداخل هو:

$$\underline{P_2S_2} = \underline{S_2} - \underline{P_2} \qquad \underline{P_2S_2} = \begin{pmatrix} 5.827 \\ -0.965 \\ -0.707 \end{pmatrix} \tag{75}$$

وتكون عندئذ وحدة المتجه من المحطة الأرضية المسببة للتداخل إلى الساتل المسبب للتداخل هي:

$$z_{p2s2} = \frac{\mathbf{P_2S_2}}{\left|\underline{P_2S_2}\right|} \qquad z_{p2s2} = \begin{pmatrix} 0.98 \\ -0.162 \\ -0.119 \end{pmatrix} \tag{76}$$

وتكون بالتالي وحدة المتجه من الساتل S_2 إلى المحطة الأرضية P_2 هي:

$$-z_{p2s2} = \begin{pmatrix} -0.98 \\ 0.162 \\ 0.119 \end{pmatrix} \tag{77}$$

وعن طريق تحويل هذا المتجه في نظام إحداثيات الهوائي $\mathbf{R_{a2}}$ للساتل المسبب للتداخل S_2 نحصل على ما يلي:

$$\begin{bmatrix} x_{a2} \\ y_{a2} \\ z_{a2} \end{bmatrix} = \mathbf{M_{A2}} \cdot (-z_{p2s2}) \qquad \begin{bmatrix} x_{a2} \\ y_{a2} \\ z_{a2} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0.022 \\ -0.069 \\ 0.997 \end{pmatrix} \tag{78}$$

ويتم فيما بعد قياس الزاوية خارج المحور وزاوية التوجه للمحطة الأرضية P_2 نسبة إلى محور تسديد هوائي الساتل S_2 (الموجه على نقطة التسديد B_2):

$$\theta_{a2} = a\cos z_{a2} \qquad \varphi_{a2} = a\tan\left(\frac{y_{a2}}{x_{a2}}\right)$$
$$\theta_{a2} = 4.145^\circ \qquad \varphi_{a2} = 72.185^\circ \tag{79}$$

وانطلاقاً من المعادلة (23)، تكون عندئذ وحدة متجه الاستقطاب الرئيسي u_{p2s2} للإشارة التي يرسلها الساتل S_2 باتجاه المحطة الأرضية P_2 إذا افترض أن S_2 يرسل باستقطاب أفقي ($\gamma = 0°$) على محور تسديد هوائية، هي التالية:

$$\gamma = 0$$

$$u_{p2s2} = \sin(\varphi_{a2} + \gamma)\begin{bmatrix}\cos\theta_{a2}\cos\varphi_{a2}\\ \cos\theta_{a2}\sin\varphi_{a2}\\ -\sin\theta_{a2}\end{bmatrix} + \cos(\varphi_{a2} + \gamma)\begin{bmatrix}-\sin\varphi_{a2}\\ \cos\varphi_{a2}\\ 0\end{bmatrix} \tag{80}$$

$$= \begin{pmatrix}7.6183 \times 10^{-4}\\ 0.9976\\ 0.0688\end{pmatrix}$$

ويعبر عن المتجه الرئيسي للاستقطاب الوارد أعلاه عن طريق مكونات نظام الهوائي $\mathbf{R}_{a2}$. ومن أجل تحديد زاوية الاستقطاب للمكونة الرئيسية على سوية محطة الاستقبال الأرضية P_2، ينبغي تحويلهما إلى مكونات محطة أرضية $\mathbf{R}_{p2}$. ومن أجل ذلك، نحول أولاً مكونات نظام الهوائي $\mathbf{R}_{a2}$ إلى المكونات المركزية الأرضية $\mathbf{R}_e$ التي تحولها بدورها إلى مكونات المحطة الأرضية $\mathbf{R}_{p2}$. وتستعمل مصفوفة المعادلة التالية:

$$u_{pp} = \mathbf{M}_{p2} \cdot (\mathbf{M}_{A2}^{T} \cdot u_{p2s2}) \qquad u_{pp} = \begin{pmatrix}0.997\\ -0.08\\ 0\end{pmatrix} \qquad (u_p \text{ in } \mathbf{R}_{p2} \text{ components}) \tag{81}$$

ولدينا الآن المكونات (x_{p2}، y_{p2}، z_{p2}) لمتجه الاستقطاب للإشارة التي تستقبلها المحطة الأرضية P_2 من ساتلها S_2. وانطلاقاً من هذه المكونات يمكننا الحصول على زاوية الاستقطاب. وفي هذه المرحلة من الضروري أن لا ننسى تعريف زاوية الاستقطاب والاتجاهات المرجعية التي تدخل في هذا التعريف. ولنذكر بأن زاوية الاستقطاب، في نظام إحداثيات الهوائي الساتلي، هي الزاوية التي يحددها المحور +y (الواقع في المستوي الاستوائي) وإسقاط متجه الاستقطاب على المستوي x-y (عادي بالنسبة إلى محور تسديد الهوائي) الذي يقاس في الاتجاه المعاكس لعقارب الساعة بالنسبة إلى المحور +z (محور تسديد الهوائي). ويكون بالتالي لمتجه الاستقطاب الموازي للمستوي الاستوائي في نظام إحداثيات الهوائي الساتلي، زاوية استقطاب قدرها 0° بينما يكون للمتجه الموازي للمحور +x زاوية استقطاب قدرها 90°. وحرصاً على الاتساق نفترض أن زاوية الاستقطاب هي *ذاتها* في نظام إحداثيات المحطة الأرضية بالرغم من أن المحاور متجهة بشكل مختلف. مما يؤدي إلى أن يكون للمتجهات الموازية للخط الرأسي المحلي زوايا استقطاب قريبة من 0° بينما للمتجهات الموازية للأفقي المحلي زوايا استقطاب قريبة من 90°. وتكتب زاوية استقطاب الاستقبال (التي تقاس بعكس اتجاه عقارب الساعة بدءاً من المحور y_{p2} عند النظر إلى المحور z_{p2}) استناداً إلى المكونتين x و y من u_{pp}:

$$\varepsilon = a\tan\left(\frac{u_{pp_1}}{u_{pp_2}}\right) \qquad \varepsilon = 94.587° \tag{82}$$

وتجدر الإشارة إلى أن هذه النسبة هي المكونة x مقسومة على المكونة y وأن الربع المقصود محسوب في عملية مقابل الظل).

وإذا افترض أن الإشارة التي ترسلها المحطة الأرضية P_2 متزامنة بالاستقطاب مع الإشارة التي يستقبلها الساتل S_2 تكون هذه الزاوية أيضاً زاوية استقطاب الموجة المرسلة على الوصلة الصاعدة نحو الساتل S_2. غير أننا بحاجة إلى متجه استقطاب الإشارة المرسلة في اتجاه الساتل المطلوب S. وللحصول على هذا المتجه، من الضروري تحديد الموقع الزاوي للساتل S في النظام $\mathbf{R}_{p2}$ للمحطة الأرضية P_2. ومع مراعاة الإحداثيات المركزية الأرضية للمحطة الأرضية المسببة للتداخل P_2 (المعادلة (39)) والساتل المطلوب S (المعادلة (27))، يمثل متجه الموقع $\underline{P_2S}$ من المحطة الأرضية المسببة للتداخل *إلى* الساتل المطلوب المكونات المركزية الأرضية $\mathbf{R}_e$ التالية:

$$\underline{\mathbf{P_2S}} = \underline{\mathbf{S}} - \underline{\mathbf{P_2}} \qquad \underline{P_2S} = \begin{pmatrix}5.928\\ 0.183\\ -0.707\end{pmatrix} \qquad |\underline{P_2S}| = 5.973 \tag{83}$$

وتكون عندئذ وحدة المتجه الموازي لمتجه الموقع هذا كما يلي:

$$z_{p2s} = \frac{P_2S}{|P_2S|} \qquad z_{p2s} = \begin{pmatrix} 0.992 \\ -0.031 \\ -0.118 \end{pmatrix} \qquad |z_{p2s}| = 1 \tag{84}$$

ونقوم الآن بتحويل المكونات $\mathbf{R_e}$ إلى مكونات $\mathbf{R_{p2}}$ باستخدام المصفوفة $\mathbf{M_{p2}}$:

$$\begin{bmatrix} x_{p2s} \\ y_{p2s} \\ z_{p2s} \end{bmatrix} = \mathbf{M_{p2}} \quad (-z_{p2s}) \qquad \begin{bmatrix} x_{p2s} \\ y_{p2s} \\ z_{p2s} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0.191 \\ -0.019 \\ 0.981 \end{pmatrix} \tag{85}$$

وتكون عندئذ زاوية التخالف وزاوية التوجه للساتل S نسبة إلى النظام $\mathbf{R_{p2}}$:

$$\theta_{p2s} = a\cos z_{p2s} \qquad \varphi_{p2s} = a\tan\left(\frac{y_{p2s}}{x_{p2s}}\right) \tag{86}$$
$$\theta_{p2s} = 11.091^\circ \qquad \varphi_{p2s} = -5.541^\circ$$

ونستخدم من جديد المعادلة (23) (التعريف الثالث للودفيغ) من أجل تحديد متجه استقطاب الإشارة المرسلة في الاتجاه الزاوي $(\theta_{p2s}\ \varphi_{p2s})$ للساتل المطلوب S مع مراعاة زاوية الاستقطاب نسبة إلى محور تسديد الهوائي للمحطة الأرضية المسببة للتداخل (أي الزاوية ε المحسوبة أعلاه). ويكتب متجه الاستقطاب u_{p2} عندئذ كما يلي:

$$\gamma_2 = \varepsilon \qquad \gamma_2 = 94.587^\circ$$

$$u_{p2} = \sin(\varphi_{p2s} + \gamma_2)\begin{bmatrix} \cos\theta_{p2s}\cos\varphi_{p2s} \\ \cos\theta_{p2s}\sin\varphi_{p2s} \\ -\sin\theta_{p2s} \end{bmatrix} + \cos(\varphi_{p2s} + \gamma_2)\begin{bmatrix} -\sin\varphi_{p2s} \\ \cos\varphi_{p2s} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{87}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.978 \\ -0.078 \\ -0.192 \end{pmatrix}$$

وأخيراً من أجل تحديد زاوية الاستقطاب عند الاستقبال على سوية الساتل S للموجة التي ترسلها المحطة الأرضية المسببة للتداخل P_2، نحول المتجه u_{p2} من النظام $\mathbf{R_{p2}}$ إلى النظام $\mathbf{R_a}$ للساتل المطلوب باستخدام المصفوفة التالية:

$$u_{p2a} = \mathbf{M_A}\cdot(\mathbf{M_{A2}^T}\cdot u_{p2}) \qquad u_{p2a} = \begin{pmatrix} 0.029 \\ 0.998 \\ 0.058 \end{pmatrix} \qquad (u_{p2} \text{ in } \mathbf{R_a} \text{ components}) \tag{88}$$

وتكتب عندئذ زاوية الاستقطاب عند الاستقبال ε_{u2} كالتالي:

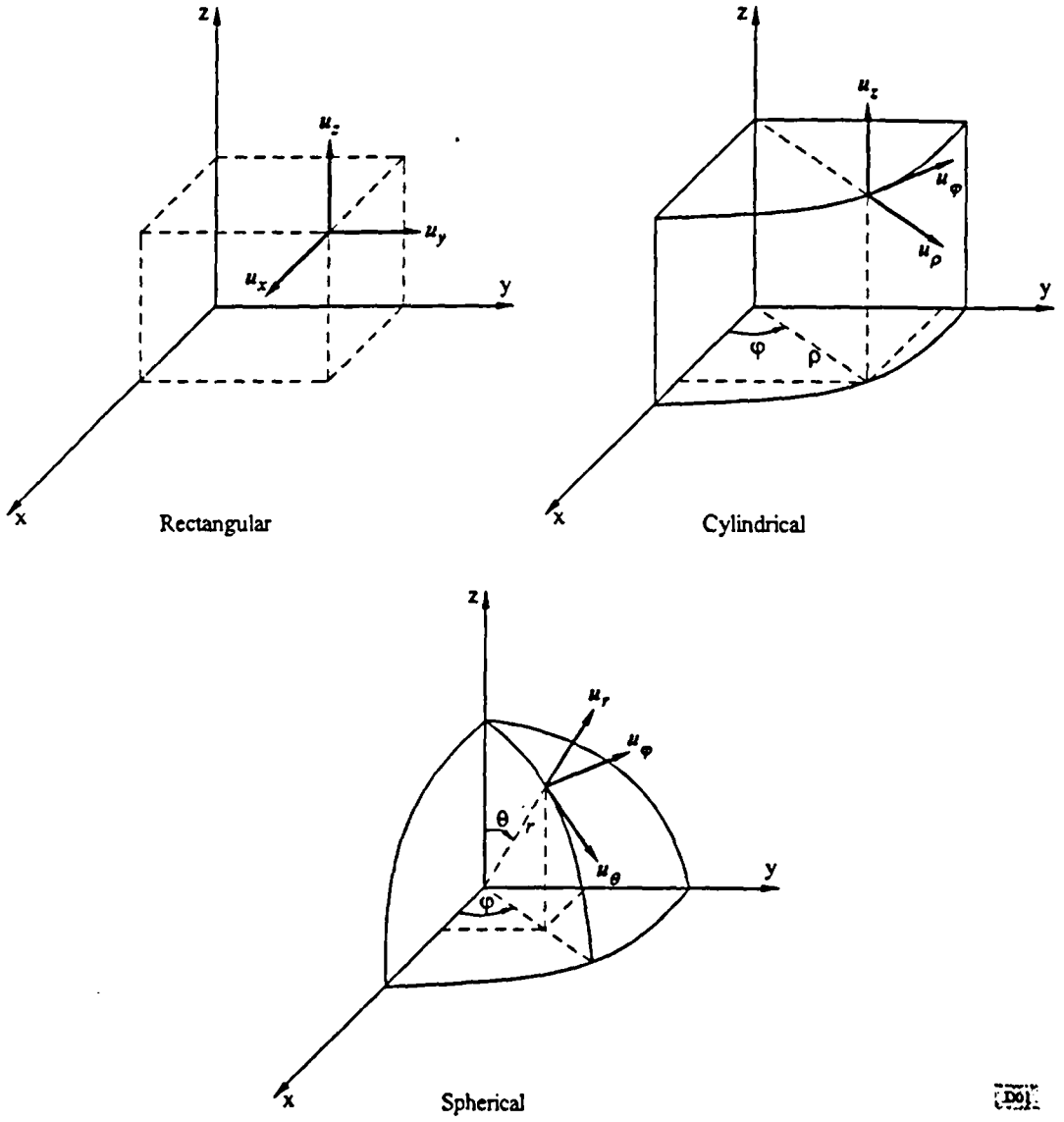
$$\varepsilon_{u2} = a\tan\left(\frac{u_{p2a_1}}{u_{p2a_2}}\right) \qquad \varepsilon_{u2} = 1647^\circ \tag{89}$$

وأخيراً، تكتب زاوية التراصف β_u بين الإشارة بالاستقطاب الخطي المستقبلة من المحطة الأرضية المطلوبة والإشارة بالاستقطاب الخطي المستقبلة من المحطة الأرضية المسببة للتداخل كما يلي:

$$\beta_u = |\varepsilon_{u1} - \varepsilon_{u2}| \qquad \beta_u = 1.668^\circ \tag{90}$$

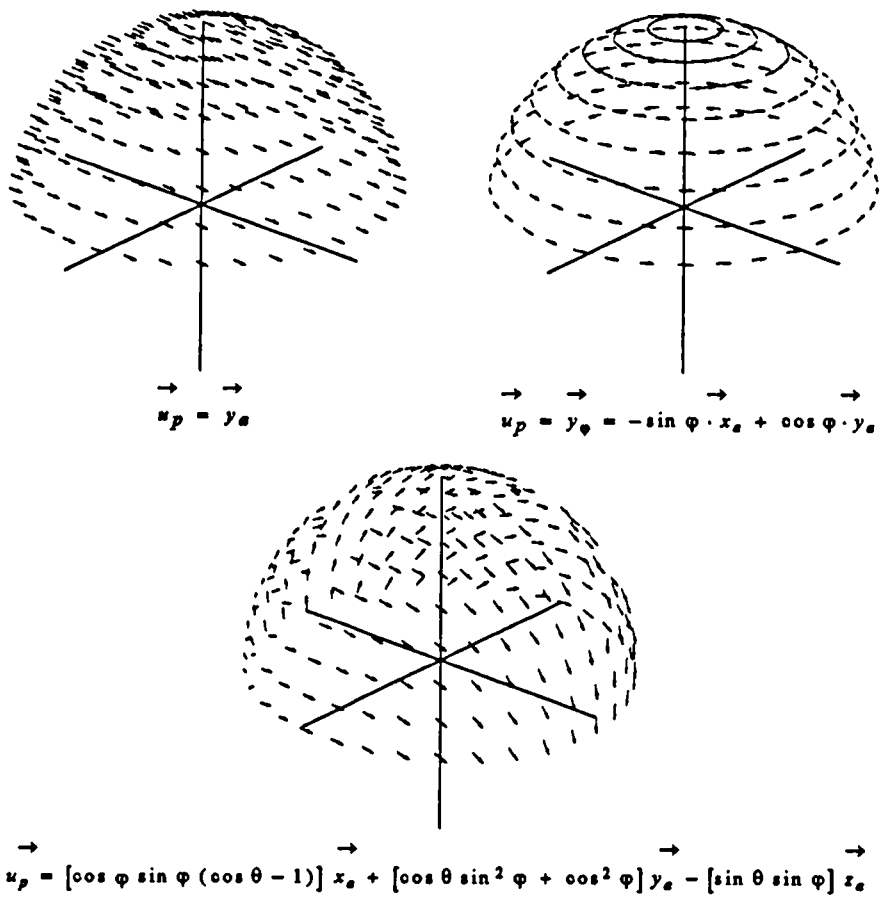
الشكل 1

أنظمة الإحداثيات المستطيلة والأسطوانية والكروية



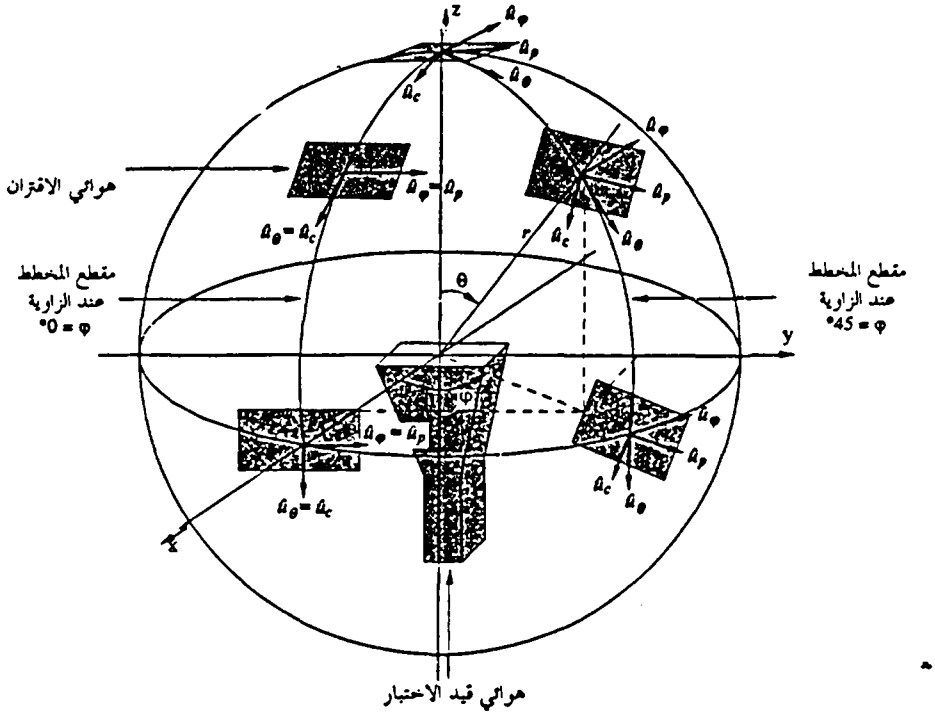
الشكل 2

عدة تعاريف للاستقطاب



الشكل 3

تعريف المكونتين الرئيسية وذات الاستقطاب المتقاطع
باستخدام طريقة قياس مخطط الهوائي



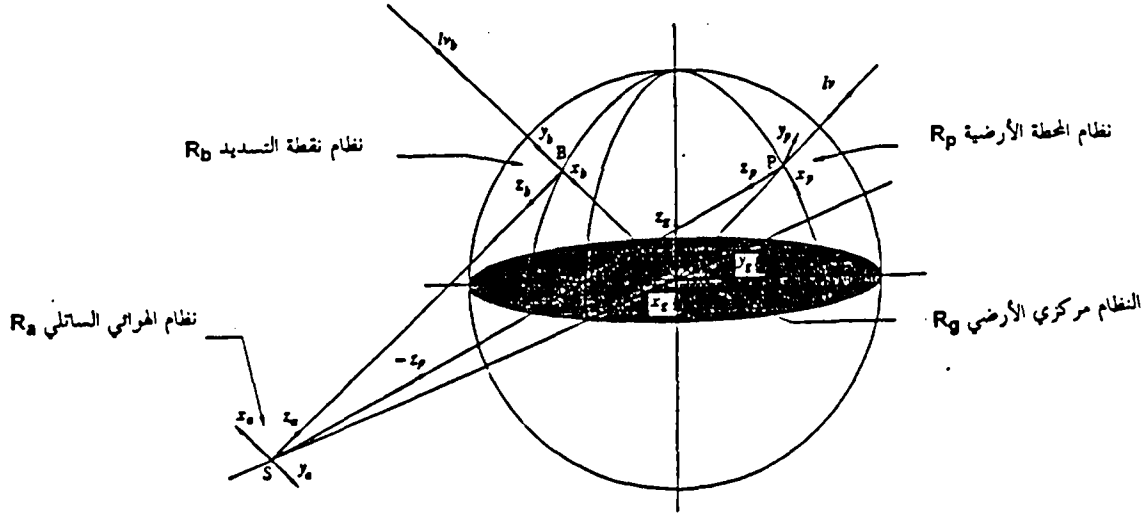
a_θ و a_φ هما وحدتا المتجهين في الإحداثيات الكروية
a_p يحدد الاتجاه المرجعي للمكونة الرئيسية في النقطة (θ، φ)
a_c يحدد الاتجاه المرجعي للمكونة ذات الاستقطاب المتقاطع في النقطة (θ، φ)

D03

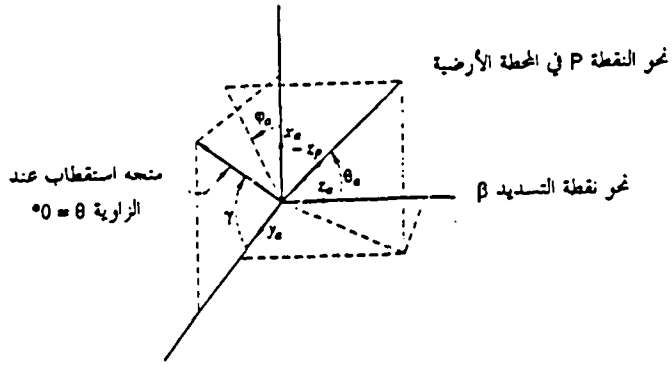
تحدد الاتجاهات المرجعية للمكونتين الرئيسية وذات الاستقطاب المتقاطع باستخدام طريقة قياس مخطط الهوائي. ويركب هوائي التحريب عند منشأ نظام الإحداثيات الكروية. ويستخدم هوائي الاقتران بالاستقطاب الخطي في تحديد مخطط استقطاب هوائي الاختبار باستخدام مقاطع من هذا المخطط عند زوايا سمت φ مختلفة. ويبدأ كل مقطع مخطط بزاوية θ = 0° (بدءاً من المحور z) عند دوران هوائي الاقتران حول محوره بغية تراصف استقطابه مع استقطاب هوائي الاختبار. ويحدد توجيه متجه الاستقطاب بزاوية تخالف θ = 0 الاتجاه المرجعي للاستقطاب بالنسبة إلى هوائي الاختبار. وبالنسبة إلى سمت φ معين يقطع في المخطط مقطعاً بتخالف θ يختلف عند تحريك هوائي الاقتران على قوس دائرة كبيرة كما هو مبين أعلاه. ويبقى هوائي الاقتران ثابتاً على محوره على نحو يحافظ فيه على نفس التوجه بالنسبة إلى وحدتي المتجهين $\hat{u}_\theta$ و $\hat{u}_\varphi$ مع نفس زاوية الاستقطاب β. وتتحدد عندئذ وحدتا المتجهين المتعامدين $\hat{u}_p$ و $\hat{u}_c$ (المماستين أيضاً للكرة عند النقطة (θ، φ)) باعتبارهما الاتجاه المرجعي للمكونتين الرئيسية وذات الاستقطاب المتقاطع على التوالي.

الشكل 4

توضيح لعدة أنظمة إحداثيات



تفصيل من نظام الهوائي الساتلي



D04