

RECOMENDACIÓN UIT-R P.1815

Atenuación diferencial debida a la lluvia

(Cuestión UIT-R 208/3)

(2007)

Cometido

En esta Recomendación se predicen las estadísticas conjuntas de atenuación diferencial entre un satélite y dos emplazamientos en la superficie de la Tierra.

La Asamblea de Radiocomunicaciones de la UIT,

considerando

- a) que es necesario contar con las técnicas adecuadas para predecir la atenuación diferencial debida a la lluvia entre los trayectos de satélite que van desde un solo satélite hasta varias ubicaciones en la superficie de la Tierra, a efectos de poder realizar los análisis de compartición;
- b) que se dispone de estimaciones de la correlación espacial de las intensidades de lluvia;
- c) que se han desarrollado metodologías para predecir la atenuación diferencial debida a la lluvia en los trayectos espacio-Tierra,

recomienda

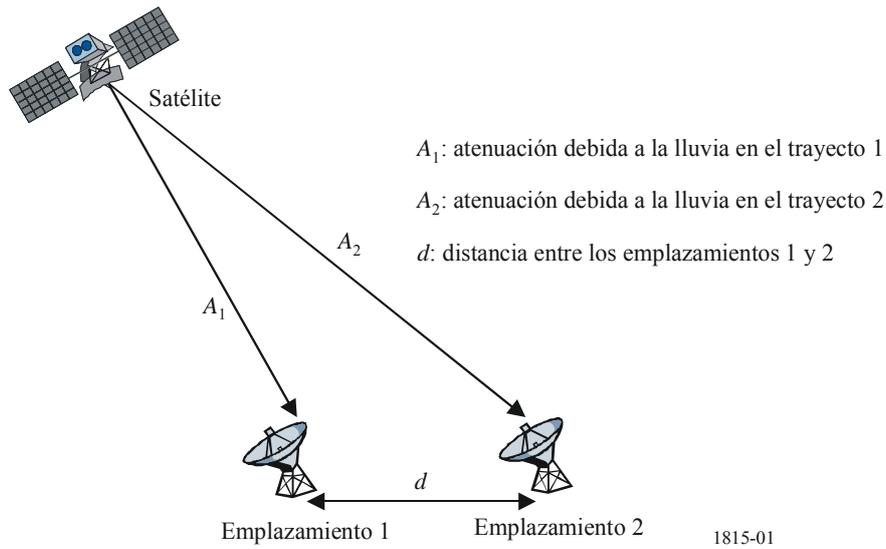
1 que se utilicen los métodos descritos en el Anexo 1 para predecir la atenuación diferencial debida a la lluvia en los trayectos de satélite entre un solo satélite y varias ubicaciones en la superficie de la Tierra.

Anexo 1**Descripción y método de cálculo de la atenuación diferencial debida a la lluvia****1 Introducción**

El método que se describe en este Anexo permite predecir las estadísticas conjuntas de atenuación diferencial entre un satélite y dos puntos situados en la superficie de la Tierra, y es válido para frecuencias de hasta 55 GHz, ángulos de elevación por encima de unos 10°, y distancias entre los emplazamientos entre 0 y, por lo menos, 250 km.

En este método se tienen en cuenta las características estadísticas y temporales del tamaño de célula de lluvia, la intensidad de la lluvia y el movimiento de las células de lluvia como función de la atenuación diferencial debida a la lluvia.

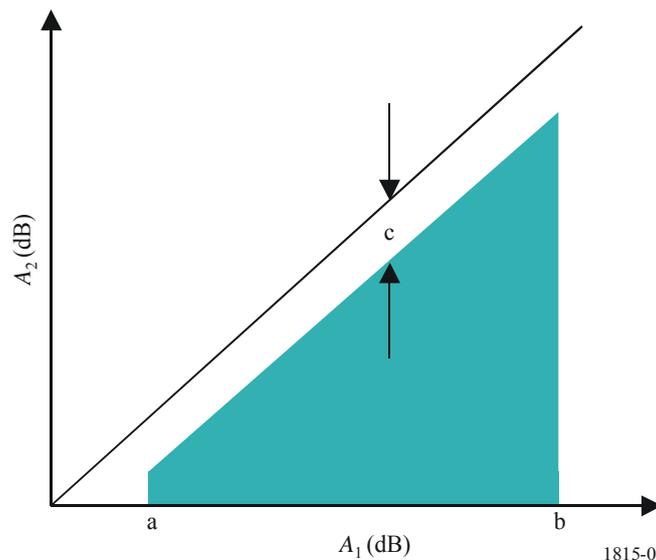
FIGURA 1
Geometría de la atenuación diferencial



1815-01

En la Fig. 1 se muestra una geometría, en la que A_1 y A_2 son las atenuaciones debidas a la lluvia en los trayectos 1 y 2, respectivamente. La estadística que se quiere obtener es la probabilidad conjunta de que la atenuación en el primer trayecto, A_1 , esté entre a y b , y la atenuación en segundo trayecto, A_2 , sea menor o igual que $A_1 - c$; es decir $\Pr\{a < A_1 \leq b, A_2 \leq A_1 - c\}$. En la Fig. 2 se muestra gráficamente esta probabilidad conjunta como la probabilidad integrada dentro de la región sombreada.

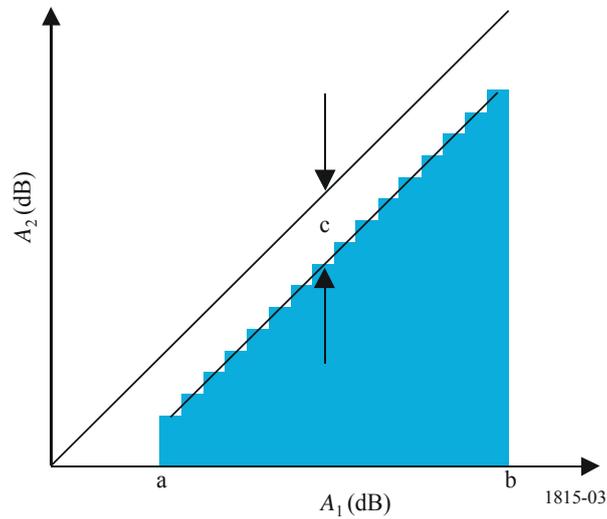
FIGURA 2
Distribución deseada de probabilidad conjunta



1815-02

La probabilidad conjunta en la región sombreada de la Fig. 2 puede estimarse con bastante precisión como la suma de las probabilidades integradas en los rectángulos verticales que se muestran en la Fig. 3.

FIGURA 3
Aproximación de la distribución deseada de probabilidad conjunta



A continuación, la probabilidad conjunta en la región sombreada de la Fig. 3 se puede calcular como la diferencia entre la probabilidad conjunta de la región sombreada en la Fig. 4 y la probabilidad conjunta de la región sombreada en la Fig. 5.

FIGURA 4
 $\Pr(A_1 \geq a) - \Pr(A_1 \geq b)$

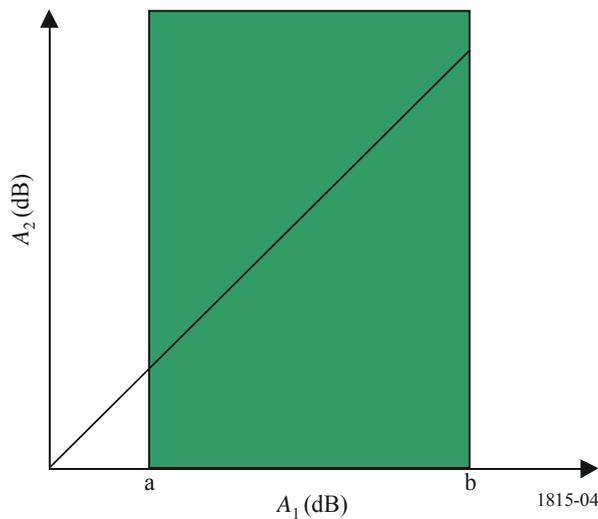
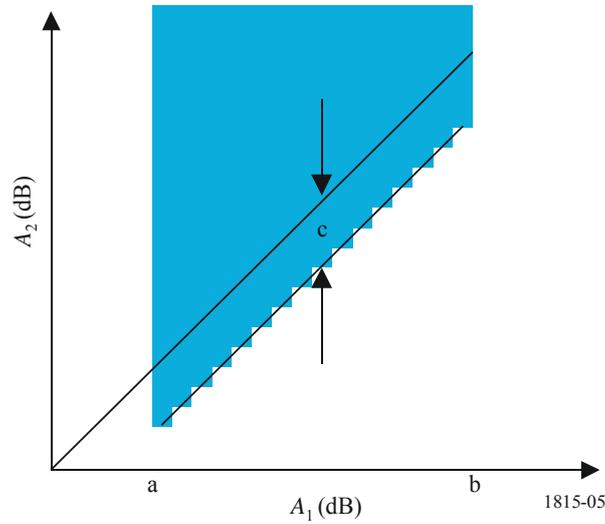


FIGURA 5

$$\sum_{i=1}^n \left\{ \Pr \left(A_1 \geq a + (i-1)\delta - \frac{\delta}{2}, A_2 \geq a + (i-1)\delta - c \right) - \Pr \left(A_1 \geq a + (i-1)\delta + \frac{\delta}{2}, A_2 \geq a + (i-1)\delta - c \right) \right\}$$



Es posible efectuar una buena aproximación de la probabilidad común $\Pr\{a < A_1 \leq b, A_2 \leq A_1 - c\}$ a partir de las Figs. 4 y 5 mediante el cálculo siguiente:

$$\begin{aligned} & \Pr\{a < A_1 \leq b, A_2 \leq A_1 - c\} \\ &= \Pr(A_1 \geq a) - \Pr(A_1 \geq b) \\ & - \sum_{i=1}^n \left\{ \Pr \left(A_1 \geq a + (i-1)\delta - \frac{\delta}{2}, A_2 \geq a + (i-1)\delta - c \right) - \Pr \left(A_1 \geq a + (i-1)\delta + \frac{\delta}{2}, A_2 \geq a + (i-1)\delta - c \right) \right\} \end{aligned}$$

donde:

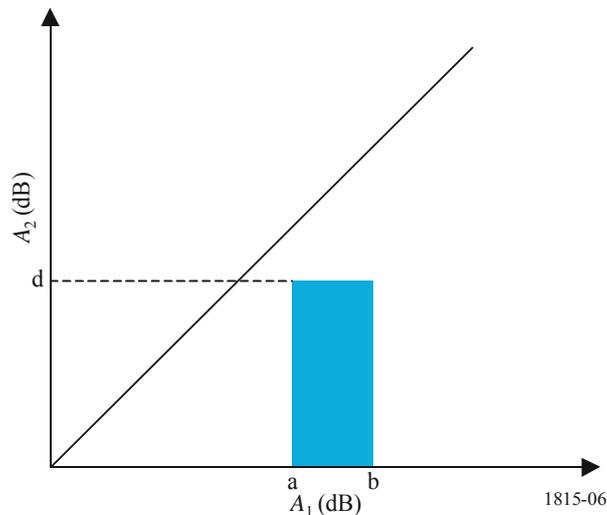
$$\delta = \frac{b-a}{n}$$

y donde se escoge el número de puntos, n , de tal manera que se obtenga la precisión deseada. Por lo general, basta con un paso, δ , de 0,01 dB para obtener suficiente precisión.

Este método también se puede emplear para calcular otras probabilidades conjuntas deseadas. Así, por ejemplo, la probabilidad conjunta $\Pr\{a < A_1 \leq b, A_2 \leq d\}$ que se muestra en la región sombreada de la Fig. 6 es:

$$\Pr\{a < A_1 \leq b, A_2 \leq d\} = \Pr(A_1 \geq a) - \Pr(A_1 \geq b) - [\Pr(A_1 \geq a, A_2 \geq d) - \Pr(A_1 \geq b, A_2 \geq d)]$$

FIGURA 6
 $\Pr\{a < A_1 \leq b, A_2 \leq d\}$



2 Estadísticas anuales de atenuación diferencial

Cuando se requieran estadísticas anuales de atenuación diferencial, es posible calcular la probabilidad $\Pr\{A_1 \geq a, A_2 \geq b\}$ utilizando el método de predicción que se describe en el Anexo 2, basado en la interpolación de las atenuaciones debidas a la lluvia en un solo emplazamiento como función de las probabilidades anuales de ocurrencia, $\Pr\{A_1 \geq a\}$ y $\Pr\{A_2 \geq b\}$, con distribución de probabilidad del tipo log-normal. Es posible predecir la atenuación debida a la lluvia en función de la probabilidad anual de ocurrencia mediante el método que se describe en el § 2.2.1.1 de la Recomendación UIT-R P.618.

Las estadísticas de atenuación diferencial anual se pueden obtener mediante el siguiente procedimiento:

Paso 1: Se obtiene la atenuación anual debida a la lluvia en función de la probabilidad de ocurrencia, utilizando el método de predicción de atenuación debida a la lluvia del UIT-R que se describe en el § 2.2.1.1 de la Recomendación UIT-R P.618.

Paso 2: Se aplica el método de predicción de la atenuación diferencial debida a la lluvia que se describe en el § 1, en el que se calculan las probabilidades $\Pr(A_1 \geq a_1, A_2 \geq a_2)$ utilizando el método que se describe en el Anexo 2.

3 Estadística de atenuación diferencial para el mes más desfavorable

Si se requieren estadísticas de atenuación diferencial para el mes más desfavorable, se puede utilizar la Recomendación UIT-R P.841 para convertir las estadísticas de atenuación anual debida a la lluvia, en un solo emplazamiento, en estadísticas de atenuación debida a la lluvia para el mes más desfavorable.

Se pueden obtener las estadísticas de atenuación diferencial para el mes más desfavorable utilizando el siguiente procedimiento:

Paso 1: Se obtiene la atenuación debida a lluvias en función de la probabilidad de ocurrencia, utilizando el método de predicción de atenuación debida a la lluvia del UIT-R, que se describe en el § 2.2.1.1 de la Recomendación UIT-R P.618.

Paso 2: Se convierten las estadísticas de atenuación anual debida a lluvia en estadísticas de atenuación de lluvia para el mes más desfavorable, utilizando el método del UIT-R de conversión al mes más desfavorable, que se describe en la Recomendación UIT-R P.841.

Paso 3: Se aplica el método de predicción de atenuación diferencial debida a lluvia que se describe en el § 1, para el cual se calculan las probabilidades correspondientes $\Pr(A_1 \geq a_1, A_2 \geq a_2)$ mediante el método que se describe en el Anexo 2.

Anexo 2

Descripción del método de predicción de la atenuación diferencial debida a la lluvia

1 Análisis

En el método de predicción de atenuación diferencial anual debida a lluvias se parte de la hipótesis de que se tiene una distribución log-normal de la intensidad de lluvia y de la atenuación debida a la lluvia.

Con este método se predice $\Pr(A_1 \geq a_1, A_2 \geq a_2)$, la probabilidad conjunta (%) de que la atenuación en el trayecto hasta el primer emplazamiento sea mayor que a_1 y de que la atenuación en el trayecto hasta el segundo emplazamiento sea mayor que a_2 . $\Pr(A_1 \geq a_1, A_2 \geq a_2)$ es el producto de dos probabilidades conjuntas:

- 1 P_r , la probabilidad conjunta de que esté lloviendo en ambos emplazamientos, y
- 2 P_a , la probabilidad conjunta condicional de que las atenuaciones superen los valores a_1 y a_2 , respectivamente, en caso de que esté lloviendo en ambos emplazamientos; es decir:

$$\Pr(A_1 \geq a_1, A_2 \geq a_2) = 100 \times P_r \times P_a \quad \% \quad (1)$$

Estas probabilidades son:

$$P_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho_r^2}} \int_{R_1}^{\infty} \int_{R_2}^{\infty} \exp\left[-\left(\frac{r_1^2 - 2\rho_r r_1 r_2 + r_2^2}{2(1-\rho_r^2)}\right)\right] dr_1 dr_2 \quad (2)$$

donde:

$$\rho_r = 0,7 \exp(-d/60) + 0,3 \exp[-(d/700)^2] \quad (3)$$

y

$$P_a = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho_a^2}} \int_{\frac{\ln a_1 - m_{\ln A_1}}{\sigma_{\ln A_1}}}^{\infty} \int_{\frac{\ln a_2 - m_{\ln A_2}}{\sigma_{\ln A_2}}}^{\infty} \exp\left[-\left(\frac{a_1^2 - 2\rho_a a_1 a_2 + a_2^2}{2(1-\rho_a^2)}\right)\right] da_1 da_2 \quad (4)$$

donde:

$$\rho_a = 0,94 \exp(-d/30) + 0,06 \exp[-(d/500)^2] \quad (5)$$

y P_a y P_r son las distribuciones normales bivariadas complementarias.

El parámetro d es la distancia entre los dos emplazamientos (km). Los umbrales R_1 y R_2 son las soluciones de la ecuación:

$$P_k^{lluvia} = 100 \times Q(R_k) = 100 \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{R_k}^{\infty} \exp\left(-\frac{r^2}{2}\right) dr \quad (6)$$

es decir:

$$R_k = Q^{-1}\left(\frac{P_k^{lluvia}}{100}\right) \quad (7)$$

donde R_k es el umbral del k -ésimo emplazamiento, respectivamente, P_k^{lluvia} es la probabilidad de que llueva (%), Q es la distribución normal acumulativa complementaria, y Q^{-1} es la inversa de la distribución normal acumulativa complementaria. Se puede obtener P_k^{lluvia} para determinada ubicación utilizando el paso 3 del Anexo 1 de la Recomendación UIT-R P.837, bien sea utilizando datos locales o bien mediante los mapas de densidad de lluvia del UIT-R.

Se determinan los valores de los parámetros $m_{\ln A_1}$, $m_{\ln A_2}$, $\sigma_{\ln A_1}$, y $\sigma_{\ln A_2}$ mediante la interpolación de la atenuación debida a la lluvia en un solo emplazamiento, A_i , en función de la probabilidad de ocurrencia, P_i , en una distribución log-normal:

$$P_i = P_k^{lluvia} Q\left(\frac{\ln A_i - m_{\ln A_i}}{\sigma_{\ln A_i}}\right) \quad (8)$$

Es posible obtener estos parámetros para cada ubicación, o simplemente utilizar una sola de ellas. Se puede predecir la atenuación debida a la lluvia en función de la probabilidad anual de ocurrencia, utilizando el método que se describe en el § 2.2.1.1.

Para cada emplazamiento, se efectúa la interpolación log-normal de la atenuación debida a la lluvia en función de la probabilidad de ocurrencia como sigue:

Paso 1: Se crea el conjunto de pares $[P_i, A_i]$ donde P_i (% de tiempo) es la probabilidad de que se rebase la atenuación A_i (dB).

Paso 2: Se transforma el conjunto de pares a $\left[Q^{-1}\left(P_i / P_k^{lluvia}\right), \ln A_i\right]$.

Paso 3: Se calculan las variables $m_{\ln A_i}$ y $\sigma_{\ln A_i}$ efectuando una interpolación de mínimos cuadrados a la fórmula $\ln A_i = \sigma_{\ln A_i} Q^{-1}\left(P_i / P_k^{lluvia}\right) + m_{\ln A_i}$ para todo i .

(En la Recomendación UIT-R P.1057 se encuentra una descripción detallada.)

En la dirección web del UIT-R que contiene información de la Comisión de Estudio 3 de Radiocomunicaciones figura una implementación de este método de predicción en MATLAB y la referencia a una aproximación de la distribución normal bivariada complementaria.