RECOMMANDATION UIT-R TF.1010-1*

Effets relativistes dans un système de temps coordonné au voisinage de la Terre

(Question UIT-R 152/7)

(1994-1997)

L'Assemblée des radiocommunications de l'UIT,

considérant

a) qu'il est souhaitable de conserver au voisinage de la Terre la coordination des émissions de fréquences étalon et de signaux horaires;

b) que le temps universel coordonné (UTC), défini sur le géoïde en rotation, est l'échelle de temps coordonné officielle pour la Terre;

c) que les horloges atomiques sont sujettes à des décalages cinétiques de fréquence du deuxième ordre en fonction du trajet et à des décalages gravitationnels de fréquence en fonction de la position;

d) que le Comité consultatif du temps et des fréquences (CCTF, ex CCDS) a reconnu la nécessité de procédures bien définies pour tenir compte des effets relativistes dans les systèmes chronométriques et dans les comparaisons temporelles;

e) que, étant donné que les comparaisons temporelles dans les systèmes de référence non inertiels nécessitent des considérations spéciales, le CCDS a recommandé un ensemble approprié d'équations correspondant à une série homogène de mesures du temps UTC au voisinage de la Terre;

f) que l'on a de plus en plus tendance à placer des horloges exactes et stables sur des orbites terrestres pour la chronométrie;

g) que l'on manque d'étalons de fréquence pour les comparaisons au voisinage de la Terre avec une précision de 10^{-14},

recommande

1 que l'on suive les procédures suivantes, fondées sur les termes du premier ordre des expressions de relativité générale complètes pour le calcul des intervalles de temps coordonné au voisinage de la Terre (jusqu'au rayon géosynchrone au moins) avec une précision de 1 ns (ou de 10^{-14} du temps d'intégration); (certains exemples pratiques sont donnés dans l'Annexe 1):

1.1 Transport d'horloge dans un référentiel rotationnel

Lorsque l'on transfère le temps d'un point P à un point Q au moyen d'une horloge autonome, le temps coordonné qui s'est accumulé au cours du transport est exprimé par l'accroissement suivant:

$$\Delta t = \int_P^Q ds \left[1 + \frac{\Delta U(\vec{r})}{c^2} + \frac{V^2}{2c^2} \right] + \frac{2\,\omega}{c^2}\, A_E \qquad (1)$$

---

* La Commission d'études 7 des radiocommunications a apporté des modifications rédactionnelles à cette Recommandation en 2003 conformément à la Résolution UIT-R 44.

où:

c : vitesse de la lumière

ω : vitesse angulaire de rotation de la Terre

V : vitesse de l'horloge par rapport au sol

$\vec{r}$: vecteur dont l'origine est au centre de la Terre et dont l'extrémité se déplace avec l'horloge de P à Q

A_E : projection équatoriale de la zone balayée au cours du transfert de temps par le vecteur $\vec{r}$ dont l'extrémité se déplace de P à Q

$\Delta U(\vec{r})$: différence de potentiel de gravitation (y compris le potentiel centrifuge) entre l'emplacement de l'horloge sur $\vec{r}$ et le géoïde vu à partir d'un système de coordonnées rapporté à la Terre, avec la convention (Résolution A4, UAI, 1992) que $\Delta U(\vec{r})$ est négatif lorsque l'horloge est au-dessus du géoïde

ds : accroissement du temps propre qui s'est accumulé sur l'horloge autonome. Cet accroissement de temps propre est le temps qui s'est accumulé sur l'horloge étalon autonome, tel qu'il est mesuré dans le «référentiel de repos» de cette horloge, c'est-à-dire dans le référentiel qui se déplace avec l'horloge.

La zone A_E est mesurée dans un système de coordonnées rapporté à la Terre. Lorsque cette zone est balayée, elle est considérée comme positive si la projection du trajet de l'horloge se déplace vers l'est sur le plan équatorial. Si la hauteur h de l'horloge est inférieure à 24 km au-dessus du géoïde, on peut approcher la valeur de $\Delta U(\vec{r})$ par le produit gh, où g est l'accélération totale due à la pesanteur (y compris l'accélération rotationnelle de la Terre), évaluée sur le géoïde. Cette approximation s'applique à tous les transferts aérodynamiques et rapportés à la Terre.

Lorsque la hauteur h est supérieure à 24 km, la différence de potentiel $\Delta U(\vec{r})$ doit être calculée avec une plus grande précision, comme suit:

$$\Delta U(\vec{r}) = GM_e/r + J_2 \ GM_e \, a_1^2 \ (1 - 3 \cos^2 \theta)/2r^3 + \omega^2 \ r^2 \ \sin^2 \theta/2 - U_g \tag{2}$$

où:

a_1 : rayon équatorial de la Terre

$a_1 = 6\,378{,}136$ km

r : module du vecteur $\vec{r}$

θ : colatitude

GM_e : produit de la masse de la Terre par la constante gravitationnelle

$GM_e = 398\,600$ km^3/s^2

J_2 : coefficient du moment quadripolaire de la Terre

$J_2 = +1{,}083 \times 10^{-3}$

ω : vitesse angulaire de la Terre

$\omega = 7{,}292115 \times 10^{-5}$ rad/s

U_g : potentiel (gravitationnel et centrifuge) au niveau du géoïde

$U_g = 62{,}63686$ km^2/s^2.

Pour un transfert de temps avec une précision de l'ordre de la nanoseconde, cette équation n'est pas valable pour une distance supérieure à 50 000 km par rapport au centre de la Terre.

1.2 Transport d'horloge dans un référentiel non rotationnel

Lorsque l'on transfère le temps d'un point P à un point Q au moyen d'une horloge autonome, le temps coordonné qui s'est accumulé au cours du transport est exprimé par l'accroissement suivant:

$$\Delta t = \int_P^Q ds \left[1 + \frac{U(\vec{r}) - Ug}{c^2} + \frac{v^2}{2c^2} \right] \tag{3}$$

où:

$U(\vec{r})$: potentiel de gravitation à l'emplacement de l'horloge sans tenir compte du potentiel centrifuge

v: vitesse de l'horloge vue également (contrairement au cas de l'équation (1)) depuis le référentiel géocentrique non rotationnel

U_g: potentiel au niveau du géoïde

($U_g/c^2 = -6{,}9694 \times 10^{-10}$), y compris l'effet du potentiel dû au mouvement rotationnel de la Terre.

A noter que $\Delta U(\vec{r}) \neq U(\vec{r}) - U_g$, puisque $U(\vec{r})$ ne comprend pas l'effet de la rotation de la Terre. Cette équation s'applique aussi aux horloges sur orbite géostationnaire mais ne doit (si possible) pas être utilisée au-delà d'une distance d'environ 50 000 km par rapport au centre de la Terre.

1.3 Signaux électromagnétiques dans un référentiel rotationnel

Du point de vue d'un référentiel rotationnel géocentrique (rapporté à la Terre), le temps coordonné qui s'écoule entre l'émission et la réception d'un signal électromagnétique est:

$$\Delta t = \frac{1}{c} \int_P^Q d\sigma \left[1 + \frac{\Delta U(\vec{r})}{c^2} \right] + \frac{2\omega}{c^2} A_E \tag{4}$$

où:

$d\sigma$: accroissement de longueur étalon, ou longueur propre, sur le trajet de transmission

$\Delta U(\vec{r})$: potentiel au point $\vec{r}$ sur le trajet de transmission moins le potentiel au géoïde (voir l'équation (3)), vu à partir d'un système de coordonnées rapporté à la Terre

A_E: zone circonscrite par la projection équatoriale du triangle dont les sommets sont:

– au centre de la Terre

– au point P d'émission du signal

– au point Q de réception du signal.

La zone A_E est positive lorsque le trajet du signal comporte une composante d'orientation vers l'est. Le second terme équivaut à peu près à un dixième de nanoseconde pour une trajectoire Terre-satellite géostationnaire-Terre. Dans le troisième terme, on a $2\omega/c^2 = 1{,}6227 \times 10^{-6}$ ns/km^2; ce terme peut apporter des centaines de nanosecondes lors du calcul de valeurs réelles dans la zone A_E. L'accroissement de longueur propre, $d\sigma$, peut être considéré comme étant la longueur mesurée au moyen de tiges étalons rigides au repos dans le système rotatif; c'est l'équivalent du mesurage de longueur en prenant $c/2$ fois le temps (rapporté au vide) d'un signal électromagnétique bilatéral, émis sur le trajet de transmission P-Q-P.

1.4 Signaux électromagnétiques dans un référentiel non rotationnel

Du point de vue d'un référentiel géocentrique non rotationnel (à inertie locale), le temps coordonné qui s'écoule entre l'émission et la réception d'un signal électromagnétique est égal à:

$$\Delta t = \frac{1}{c} \int_P^Q d\sigma \left[1 + \frac{U(\vec{r}) - U_g}{c^2} \right] \tag{5}$$

où les termes $U(\vec{r})$ et U_g sont définis comme dans l'équation (3) et où $d\sigma$ est l'accroissement de longueur étalon, ou longueur propre, sur le trajet de transmission.

Annexe 1

Exemples

En raison des effets relativistes, une horloge située à un emplacement élevé paraîtra avoir une fréquence plus grande et différera du temps atomique international (TAI), pour un rythme normalisé, d'une grandeur égale à:

$$-\frac{\Delta U}{c^2}$$

où:

ΔU: différence de potentiel total (gravitationnel et centrifuge)

c: vitesse de la lumière.

Près du niveau de la mer, cette grandeur sera donnée par:

$$-\frac{g(\varphi)\,h}{c^2} \tag{6}$$

où:

φ: latitude géographique

$g(\varphi)$: accélération totale au niveau de la mer (gravitationnelle et centrifuge)

$g(\varphi) = (9{,}780 + 0{,}052 \sin^2 \varphi)$ m/s^2

h: distance au-dessus du niveau de la mer.

L'équation (6) doit toujours être utilisée lorsque l'on compare des sources primaires de seconde SI, avec le TAI et entre elles. Par exemple, à une latitude de 40°, le rythme d'une horloge changera de $+1{,}091 \times 10^{-13}$ pour chaque kilomètre au-dessus du géoïde rotatif.

Si une horloge se déplace par rapport à la surface de la Terre à une vitesse V qui peut avoir une composante V_E en direction de l'est, la différence normalisée de fréquence de l'horloge mobile par rapport à la fréquence d'une horloge au repos au niveau de la mer sera:

$$-\frac{1}{2}\,\frac{V^2}{c^2} + \frac{g(\varphi)\,h}{c^2} - \frac{1}{c^2} \cdot \omega \cdot r \cdot \cos\varphi \cdot V_E \tag{7}$$

où:

- ω: vitesse angulaire rotationnelle de la Terre

  $\omega = 7{,}292 \times 10^{-5}$ rad/s
- r: distance de l'horloge par rapport au centre de la Terre (rayon terrestre équatorial = 6 378,136 km)
- c: vitesse de la lumière

  $c = 2{,}99792458 \times 10^{5}$ km/s
- φ: latitude géographique.

Par exemple, si l'horloge se déplace à 270 m/s Est à 40° de latitude et à une altitude de 9 km la différence normalisée de fréquence de l'horloge mobile par rapport à la fréquence de l'horloge au repos au niveau de la mer, due à cet effet, sera de:

$$-4{,}06 \times 10^{-13} + 9{,}82 \times 10^{-13} - 1{,}072 \times 10^{-12} = -4{,}96 \times 10^{-13}$$

Le choix d'un système de coordonnées de référence est purement arbitraire mais il faut faire un choix précis pour définir un temps coordonné. Pour les usagers sur Terre, il est recommandé d'utiliser un référentiel terrestre dans lequel, lorsqu'une horloge B est synchronisée avec une horloge A (les deux horloges étant stationnaires sur la Terre) par un signal radioélectrique allant de A à B, ces deux horloges diffèrent, en temps coordonné, de:

$$t_B - t_A = -\frac{\omega}{c^2} \int_p d\lambda \; r^2 \cos^2 \varphi \tag{8}$$

où:

- φ: latitude
- λ: longitude (le sens positif étant vers l'est)
- p: trajet suivi par le signal radioélectrique pour aller de A à B.

Si les deux horloges sont synchronisées par une horloge autonome, leur temps coordonné différera de:

$$t_B - t_A \int_p ds \left(\frac{\Delta U(\vec{r})}{c^2} - \frac{V^2}{2c^2} \right) - \frac{\omega}{c^2} \int_p d\lambda \; r^2 \cos^2 \varphi \tag{9}$$

où:

- V: vitesse au sol de l'horloge autonome
- p: trajet de A à B parcouru par cette horloge autonome.

Cette différence peut aussi bien valoir plusieurs dizaines de microsecondes. Il est recommandé d'utiliser les équations (8) et (9) pour effectuer des corrections lors de synchronisations d'horloges séparées par de longues distances. Comme ces deux équations dépendent de la longueur du trajet, il est indispensable d'en tenir compte dans tout système de temps coordonné homogène.

Si une horloge est transportée d'un point A à un point B et ramenée au point A par un trajet différent à une vitesse infiniment lente et à une hauteur $h = 0$, son temps différera de celui d'une horloge demeurée au point A, de:

$$\Delta t = \frac{2\omega A_E}{c^2}$$

où A_E est la zone définie par la projection du trajet circulaire sur le plan équatorial de la Terre. On considère que la zone A_E est positive si le trajet est effectué dans le sens horaire, vue du pôle sud.

Par exemple, étant donné que:

$$2\omega / c^2 = 1{,}6227 \times 10^{-6} \text{ ns/km}^2$$

le temps marqué par une horloge transportée vers l'est autour de la Terre à une vitesse infiniment lente et à une hauteur $h = 0$ sur l'équateur différera de –207,4 ns du temps marqué par une horloge demeurant au repos.

Au niveau de correction 10^{-14}, les hauteurs au-dessus du niveau de la mer, au-dessus du géoïde en rotation et indiquées par le Système mondial de localisation (GPS) sont toutes équivalentes.