|  |
| --- |
| **Recommandation UIT-R TF.538-4**  **(07/2017)** |
| **Mesures de l'instabilité aléatoire de fréquence et de temps (phase)** |
| **Série TF**  **Emissions de fréquences étalon et de signaux horaires** |

Avant-propos

Le rôle du Secteur des radiocommunications est d'assurer l'utilisation rationnelle, équitable, efficace et économique du spectre radioélectrique par tous les services de radiocommunication, y compris les services par satellite, et de procéder à des études pour toutes les gammes de fréquences, à partir desquelles les Recommandations seront élaborées et adoptées.

Les fonctions réglementaires et politiques du Secteur des radiocommunications sont remplies par les Conférences mondiales et régionales des radiocommunications et par les Assemblées des radiocommunications assistées par les Commissions d'études.

# Politique en matière de droits de propriété intellectuelle (IPR)

La politique de l'UIT‑R en matière de droits de propriété intellectuelle est décrite dans la «Politique commune de l'UIT‑T, l'UIT‑R, l'ISO et la CEI en matière de brevets», dont il est question dans l'Annexe 1 de la Résolution UIT-R 1. Les formulaires que les titulaires de brevets doivent utiliser pour soumettre les déclarations de brevet et d'octroi de licence sont accessibles à l'adresse <http://www.itu.int/ITU-R/go/patents/fr>, où l'on trouvera également les Lignes directrices pour la mise en oeuvre de la politique commune en matière de brevets de l'UIT‑T, l'UIT‑R, l'ISO et la CEI et la base de données en matière de brevets de l'UIT-R.

|  |  |
| --- | --- |
| Séries des Recommandations UIT-R  (Egalement disponible en ligne: <http://www.itu.int/publ/R-REC/fr>) | |
| **Séries** | Titre |
| **BO** | Diffusion par satellite |
| **BR** | Enregistrement pour la production, l'archivage et la diffusion; films pour la télévision |
| **BS** | Service de radiodiffusion sonore |
| **BT** | Service de radiodiffusion télévisuelle |
| **F** | Service fixe |
| **M** | Services mobile, de radiorepérage et d'amateur y compris les services par satellite associés |
| **P** | Propagation des ondes radioélectriques |
| **RA** | Radio astronomie |
| **RS** | Systèmes de télédétection |
| **S** | Service fixe par satellite |
| **SA** | Applications spatiales et météorologie |
| **SF** | Partage des fréquences et coordination entre les systèmes du service fixe par satellite et du service fixe |
| **SM** | Gestion du spectre |
| **SNG** | Reportage d'actualités par satellite |
| **TF** | **Emissions de fréquences étalon et de signaux horaires** |
| **V** | Vocabulaire et sujets associés |

|  |
| --- |
| ***Note****: Cette Recommandation UIT-R a été approuvée en anglais aux termes de la procédure détaillée dans la Résolution UIT-R 1.* |

*Publication électronique*

Genève, 2018

© UIT 2018

Tous droits réservés. Aucune partie de cette publication ne peut être reproduite, par quelque procédé que ce soit, sans l'accord écrit préalable de l'UIT.

RECOMMANDATION UIT-R TF.538-4

Mesures de l'instabilité aléatoire de fréquence et de temps (phase)

(1978-1990-1992-1994-2017)

Domaine d'application

Les instabilités de fréquence et de phase peuvent être caractérisées par des processus aléatoires qui peuvent être représentés sous forme statistique soit dans le domaine fréquentiel de Fourier, soit dans le domaine temporel. La présente Recommandation décrit plusieurs méthodes et techniques pour caractériser ces instabilités de fréquence et de phase.

Mots clés

Instabilités aléatoires, variance d'Allan, métrologie du temps, mesures statistiques, phase, fréquence

L'Assemblée des radiocommunications de l'UIT,

considérant

*a)* qu'il convient d'utiliser des paramètres appropriés pour représenter les caractéristiques d'instabilité des sources de fréquences étalon et de temps ainsi que des systèmes de mesure;

*b)* que le calcul classique de variance ne converge pas pour certaines catégories d'instabilités aléatoires de temps et de fréquence;

*c)* que les principaux laboratoires, observatoires, industriels et utilisateurs ont déjà adopté certaines Recommandations du Comité technique sur la fréquence et le temps de la Société IEEE sur l'instrumentation et la mesure, et qu'il existe la Norme No 1139-2008 de l'IEEE: «Définitions normalisées de l'IEEE, Grandeurs physiques pour la métrologie fondamentale des fréquences et du temps – Instabilités aléatoires»;

*d)* que les mesures d'instabilité de fréquence doivent reposer sur des principes théoriques solides, commodes à appliquer et faciles à interpréter directement;

*e)* qu'il est souhaitable d'avoir des mesures d'instabilité qui puissent être obtenues avec une instrumentation simple,

recommande

**1** que les instabilités aléatoires des signaux de fréquences étalon et des signaux horaires soient caractérisées par les mesures statistiques *Sy*( *f* ), *S*( *f* ) ou *Sx*( *f* ) dans le domaine fréquentiel, et *y*(), Mod. *y* (), *x*(), *y*(*t*,τ) et TheoBR dans le domaine temporel, définies ci-après:

**1.1** dans le domaine fréquentiel, la mesure des instabilités de fréquence normées *y*(*t*) est *Sy*( *f* ); c'est-à-dire la densité spectrale unilatérale (0  *f*  ) des instabilités de fréquence normées *y*(*t*)  ((*t*) – 0) / 0 où (*t*) est la fréquence porteuse instantanée et 0 sa valeur nominale;

**1.2** dans le domaine fréquentiel, la mesure des instabilités de phase (*t*) est *S*( *f* ), c'est-à-dire la densité spectrale unilatérale (0  *f*  ) des instabilités de phase (*t*) à une fréquence de Fourier *f*;

**1.3** dans le domaine fréquentiel, la mesure des instabilités de phase exprimées en unités de temps (phase-temps) *x*(*t*) est *Sx*( *f* ); c'est-à-dire la densité spectrale unilatérale (0  *f*  ) des instabilités de phase-temps *x*(*t*), où *x*(*t*)  (*t*) / 2 0; *x*(*t*) étant lié à *y*(*t*) par *y*(*t*)  d*x*(*t*) / d*t*;

**1.4** les relations entre ces densités spectrales sont données ci-dessous:

(1)

Les unités de *Sy*( *f* ), *S*( *f* ) et *Sx*( *f* ) sont respectivement: Hz–1, Rad2 Hz–1 et s2 Hz–1;

**1.5** dans le domaine temporel, la mesure des instabilités de fréquence normées *y*(*t*) est l'écart type à deux échantillons *y*(), l'écart type à deux échantillons modifié Mod. *y*() ainsi que la variance TheoBR définis dans l'Annexe 1;

**1.6** dans le domaine temporel, la mesure des instabilités de temps est *x*() défini dans l'Annexe 1;

**1.7** dans le domaine temporel, la mesure des variations des instabilités de fréquence normées *y*(*t*) est l'écart type à deux échantillons σ*y*(*t*,τ) défini dans l'Annexe 1;

**2** que, en présentant des mesures statistiques d'instabilité de fréquence et de temps, les phénomènes non aléatoires doivent être reconnus, par exemple:

**2.1** toute dépendance temporelle observée dans les mesures statistiques doit être explicitée;

**2.2** la méthode de mesure des variations systématiques doit être spécifiée (par exemple: une évaluation de la dérive de fréquence linéaire a été obtenue à partir des coefficients d'une régression linéaire selon la méthode des moindres carrés, avec *M* mesures de fréquence, chacune étant effectuée pendant une durée  et avec une largeur de bande *fh* spécifiée);

**2.3** les sensibilités aux conditions ambiantes doivent être explicitées (par exemple: la dépendance de la fréquence et/ou de la phase en fonction de la température, du champ magnétique, de la pression atmosphérique, etc.);

**3** que, en présentant toute mesure d'instabilité de fréquence et de temps, tous les paramètres pertinents doivent être spécifiés:

**3.1** méthode de mesure;

**3.2** caractéristiques du signal de référence;

**3.3** fréquence nominale *v*0 du signal;

**3.4** largeur de bande *fh* du système de mesure ainsi que la forme de la réponse du filtre passe-bas correspondant;

**3.5** durée totale de mesure ou le nombre de mesures *M*;

**3.6** techniques de calcul (par exemple, détails sur les fenêtres de retards pour les estimations de densités spectrales à partir des données temporelles, ou l'estimation de l'effet du temps mort dans l'évaluation de l'écart type à deux échantillons *y*());

**3.7** intervalle de confiance des estimations;

**4** qu'une illustration graphique ou une expression analytique des mesures d'instabilité de fréquence et de temps comprenant, le cas échéant, des intervalles de confiance, doivent être fournies (par exemple *Sy*( *f* ), *S*( *f* ) et *Sx*( *f* ) en fonction de *f*; *y*(), Mod. *y*() et *x*() en fonction de ; et/ou σ*y*(*t*,τ) en fonction de *t* et ).

Annexe 1  
  
Caractérisation du bruit de fréquence et de phase

# 1 Définitions de termes

Les instabilités de fréquence et de phase peuvent être caractérisées par des processus aléatoires qui peuvent être représentés sous forme statistique soit dans le domaine fréquentiel de Fourier, soit dans le domaine temporel. On a les relations suivantes entre l'écart de fréquence normé instantané *y*(*t*) par rapport à la fréquence nominale 0 et la fluctuation de la phase instantanée (*t*) autour de la phase nominale 2 0 *t*:

(2)

où *x*(*t*) est la variation de phase exprimée en unités de temps.

# 2 Domaine fréquentiel de Fourier

Dans le domaine fréquentiel de Fourier, l'instabilité de fréquence peut être définie par plusieurs densités spectrales unilatérales (la fréquence de Fourier va de 0 à ) telles que:

Il existe entre ces densités spectrales les relations suivantes:

(3)

(4)

(5)

Les densités spectrales à loi de puissance constituent souvent des modèles utiles pour décrire les fluctuations aléatoires dans les oscillateurs de précision. Dans la pratique, on a observé que pour de nombreux oscillateurs, les fluctuations aléatoires sont la somme de cinq processus de bruit indépendants et, avec quelques restrictions, l'expression suivante est caractéristique:

(6)

où les valeurs de *h* sont des constantes, celles de sont des nombres entiers et *fh* est la fréquence de coupure supérieure d'un filtre passe-bas. Les formules (3), (4) et (5) sont correctes et cohérentes pour les bruits stationnaires, y compris le bruit de phase. On élimine la divergence pour les hautes fréquences par le filtrage introduit dans la formule (6). L'identification et la caractérisation des cinq processus de bruit sont indiquées dans le Tableau 1 et représentées sur la Fig. 1. En pratique, deux ou trois processus de bruit seulement suffisent habituellement à décrire les fluctuations de fréquence aléatoires d'un oscillateur donné; les autres peuvent être négligés.

# 3 Domaine temporel

L'instabilité aléatoire de fréquence dans le domaine temporel peut être définie par des variances d'échantillon. La racine carrée d'une variance d'échantillon est appelée écart type. Il s'agit généralement de la grandeur statistique considérée.

A Ecart type d'Allan *y*()

Une mesure de l'instabilité aléatoire de fréquence est l'écart type à deux échantillons, qui est la racine carrée de la variance à deux échantillons à temps mort nul :

(7)

où:

et *tk*  1  *tk*   (échantillons adjacents)

 indique une moyenne calculée sur un temps infini. L'expression (7) est souvent appelée la variance d'Allan (AVAR). *xk* et *xk* 1 sont des mesures résiduelles de temps effectuées aux instants *tk* et *tk*  1  *tk*  , avec *k*  1, 2, ... et 1/ étant le taux d'échantillonnage fixe qui donne un temps mort nul entre les mesures de fréquence. Par le terme «résiduelles», on entend que les effets systématiques connus sont éliminés.

Si l'on définit le taux d'échantillonnage initial par 1/0, en général on peut obtenir une meilleure évaluation de *y*() en utilisant ce qu'on appelle une évaluation de recouvrement. Cette évaluation est obtenue au moyen de l'expression (8):

(8)

où *N* est le nombre de mesures des écarts de temps espacées de 0 (*N*  *M*  1 où *M* est le nombre de mesures de fréquence de durée d'échantillon 0) et   *n* 0.

S'il existe un temps mort entre les mesures d'écart de fréquence et si on ne tient pas compte de ce fait lors du calcul de l'expression (7), on a montré que les valeurs de stabilité qu'on a déterminées (qui ne sont plus des variances d'Allan), seront biaisées (sauf pour le bruit blanc de fréquence) étant donné que les mesures de fréquence ont été regroupées pour évaluer la stabilité pour *n* 0 (*n*  1). Ce biais a été étudié et des tables pour sa correction, publiées.

S'il n'existe pas de temps mort, on peut utiliser les termes pour créer un ensemble de :

TABLEAU 1

Caractéristiques fonctionnelles des cinq processus de bruit indépendants   
pour l'instabilité de fréquence des oscillateurs

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Caractéristiques de pentes de la courbe log-log | | | | |
| **Description du processus de bruit** | **Domaine fréquentiel** | | **Domaine temporel** | | |
|  | *Sy*( *f* ) | *S*( *f* ) ou *Sx*( *f* ) | () | Mod. () | () |
|  | **** | **   – 2** | **** | **** | **** |
| Bruit de fréquence à marche aléatoire | –2 | – 4 | 1 | 1 | 3 |
| Bruit de scintillation de fréquence | –1 | –3 | 0 | 0 | 2 |
| Bruit blanc de fréquence | 0 | –2 | –1 | –1 | 1 |
| Bruit de scintillation de phase | 1 | –1 | –2 | –2 | 0 |
| Bruit blanc de phase | 2 | 0 | –2 | –3 | –1 |
| *Sy*( *f* )  *h* *f*  = –  – 1, –2    2 ()   *S*( *f* )  *h* *f* – 2  *h* *f*    – 2;      Mod. ()   *Sx*( *f* )    –  – 1 ()  | | | | | |

FIGURE 1

Caractéristiques de pente des cinq processus de bruit indépendants  
à densités spectrales en lois de puissance  
(échelles logarithmiques)



Une «estimation avec recouvrement» de *y*() peut alors être obtenue:

(9)

On peut donc vérifier la dépendance de *y*() comme étant une fonction de  à partir d'un seul ensemble de données de manière très simple.

Si l'on représente *y*() en fonction de  pour un étalon de fréquence, on obtient les éléments représentés schématiquement sur la Fig. 1. La première composante avec *y*()  –1/2 (bruit blanc de fréquence) et/ou *y*()  –1 (bruit blanc de phase ou bruit de scintillation de phase) représente les caractéristiques fondamentales de bruit de l'étalon. Dans le cas où *y*()  –1, il n'est pas commode de déterminer de façon pratique si l'oscillateur est perturbé par du bruit blanc de phase ou du bruit de scintillation de phase. D'autres techniques sont proposées ci-dessous. Il s'agit là d'une limitation de l'utilité de *y*() lorsque l'on cherche à étudier la nature des sources de bruit présentes dans l'oscillateur.

Une analyse dans le domaine fréquentiel est plus appropriée pour les fréquences de Fourier supérieures à environ 1 Hz. Cette loi en –1 et/ou –1/2 continue lorsque la durée d'intégration augmente, jusqu'à ce que le «palier» de scintillation soit atteint, où *y*() est indépendant du temps moyen . Ce comportement est observé pour presque tous les étalons de fréquence; il dépend de l'étalon de fréquence donné mais on ne connaît pas encore bien les origines physiques de ce phénomène. Parmi les causes probables de ce «palier» de scintillation, on peut citer les fluctuations de tension d'alimentation, les fluctuations du champ magnétique, les changements dans les composants de l'étalon et les modifications dans la puissance hyperfréquence. Finalement, on voit d'après la courbe que la stabilité se dégrade lorsque la durée d'intégration augmente. Cela se produit en règle générale pour des durées allant de quelques heures à plusieurs jours, selon le type de l'étalon.

B Ecart type d'Allan modifié Mod. y()

On a mis au point une «variance d'Allan modifiée (MVAR)», qui a la propriété de donner des fonctions de  différentes pour du bruit blanc de phase et du bruit de scintillation de phase. Les fonctions de l'«écart type d'Allan modifié (MDEV)», Mod. *y*(), sont respectivement –3/2 et –1. Mod. *y*() est donné par la racine carrée de l'expression suivante:

(10)

où:

*N*: nombre de mesures de variation de temps espacé de 0

  *n* 0: durée d'échantillonnage.

Les propriétés de l'évaluation et la confiance qu'on peut avoir en elle sont examinées dans la littérature technique. Des méthodes pour approcher au maximum la réalité de l'évaluation de *y*() pour des modèles particuliers de bruit blanc de fréquence et de bruit de fréquence à marche aléatoire ont été développées. On a montré que ces deux modèles sont utiles pour les durées d'échantillonnage supérieures à quelques secondes dans le cas des étalons à jet de césium.

C Ecart type de temps *x*()

L'instabilité de temps dans le domaine temporel pour les cinq processus de bruit indépendants illustrés dans la Fig. 1 peut se mesurer en utilisant la différence du second ordre entre moyennes temporelles adjacentes. Cette mesure concerne aussi la variance .

(11)

(12)

où (d*x/*d*t*)  *y* et   *n* 0. Par conséquent, *x*() est l'écart type de temps (TDEV). Les crochets « » indiquent une moyenne calculée sur un temps infini et la barre surmontant *x* indique une moyenne calculée sur un intervalle . Les trois moyennes utilisées dans l'équation aux différences du second ordre sont adjacentes. Par conséquent, pour une valeur donnée de *k* dans l'équation aux différences du second ordre, ces moyennes couvrent un intervalle de temps de 3.

Les relations entre la densité spectrale et la variance de temps sont les suivantes:

(13)

Etant donné que les types habituels de bruit de mesure sont centrés autour de   0, on obtient une variance de temps (TVAR) avec une dépendance proche de zéro vis-à-vis de  (caractéristique souhaitable pour une bonne mesure). Il existe d'autres caractéristiques utiles de cette mesure:

– elle est égale à l'écart type classique des mesures de différence de temps pour 0, pour un bruit blanc de phase (WPM, white phase modulation);

– elle est égale à l'écart type de la moyenne des mesures de différence de temps pour  = *N* 0 (longueur des données) pour un bruit blanc de phase;

– elle est convergente et conduit à de bons résultats pour les processus aléatoires que l'on rencontre couramment en métrologie temporelle et fréquentielle;

– la dépendance vis-à-vis de  indique le modèle de densité spectrale de loi de puissance adapté aux données;

– l'amplitude de x(), pour une valeur particulière de  et en prenant pour hypothèse l'un des cinq modèles de densité spectrale de loi de puissance (– 4, –3, –2, –1, 0), permet d'obtenir suffisamment d'éléments d'information pour évaluer le niveau correspondant dans le domaine fréquentiel de n'importe quelle mesure normalisée de densité spectrale.

Le problème de l'estimation de la stabilité d'une horloge à partir de mesures comparatives a été étudié. On propose un modèle général et cohérent relatif aux mesures de différence de signaux sans supposer *a priori* qu'il n'y a pas de corrélation entre les horloges.

D Ecart type d'Allan dynamique *y*(*t*,τ)

L'écart type d'Allan dynamique (DADEV) est une mesure des variations de l'instabilité aléatoire de fréquence dans le domaine temporel et correspond à la racine carrée de la variance d'Allan dynamique (DAVAR), définie par l'équation suivante:

(14)

où désigne l'espérance, obtenue en faisant la moyenne d'ensemble sur un nombre de réalisations expérimentales infini, et *Tw* est la longueur de la fenêtre d'analyse. On peut calculer une estimation de la variance DAVAR au moyen de l'équation suivante:

(15)

où , , , et est supposé pair.

Des expériences montrent que l'instabilité des horloges et des oscillateurs, généralement mesurée par la variance d'Allan, peut varier dans le temps sous l'influence de plusieurs facteurs tels que la température, l'humidité, les vibrations, les effets de la gravité et les rayonnements. La variance d'Allan dynamique (DAVAR) mesure ces variations temporelles de l'instabilité des horloges.

La Figure 2 illustre l'écart type moyen de la fréquence pour un bruit blanc de fréquence dont la variance augmente brusquement. La variance DAVAR, dont la racine carrée est représentée par le graphique en surface, met en évidence la fluctuation de la variance du bruit, alors que la variance d'Allan, dont la racine carrée est représentée dans le diagramme latéral, lisse cette fluctuation de variance.

Figure 2

Variance DAVAR d'une fluctuation de variance (graphique en surface)



E Un estimateur à long terme: TheoBR

La variance théorique #1, appelée communément Theo1, est un estimateur à long terme de la variance d'Allan (AVAR), et, avec la correction d'un biais, elle est connue en tant que variance TheoBR, une variante de Theo1 comprenant la suppression d'un léger biais par rapport à la variance d'échantillon AVAR. La variance Theo1 correspond à la moyenne des carrés de toutes les différences du second ordre possibles entre les erreurs temporelles *xi* dans l'ensemble des données *Nx* et rend compte de la stabilité de fréquence sur une durée plus élevée de 50% par rapport à la valeur maximale de τ dans le cas de la variance AVAR. Par conséquent, les variances Theo1 et TheoBR constituent un nouveau type de statistiques descriptives, comportant des degrés de liberté équivalents sensiblement plus importants que la version de la variance AVAR avec recouvrement.

Définition de Theo1

(16)

Il n'y a pas de biais entre l'écart type Theo1, noté Theo1-dev, et l'écart type d'Allan dans le cas d'un bruit blanc de fréquence MF. Theo1-dev présente un léger biais en présence d'autres types de bruit. Ce biais peut être corrigé de façon automatique à l'aide d'un algorithme qui calcule le biais moyen entre la variance d'Allan et la variance Theo1 dans une zone de recouvrement de τ pour ces deux variances, et qui l'utilise afin de corriger Theo1. On a ainsi:

(17)

où \*AVAR et \*Theo1 sont calculés sur une durée au cours de laquelle les variances AVAR et Theo1 se recouvrent, et sont choisis de manière à rendre compte du biais par rapport à la variance AVAR pour des valeurs de τ élevées et non pour des valeurs faibles. La correction du biais est une constante indépendante de τ.

Définition de TheoBR

(18)

Définition de TheoH

La variance théorique hybride, appelée variance TheoH, est une grandeur statistique hybride (d'où le «H») qui combine les valeurs de la version avec recouvrement de la variance AVAR pour le court terme et de la variance TheoBR pour estimer la stabilité de fréquence sur le long terme au-delà des ¾ de la longueur des données de l'ensemble *Nx*, qui, comme indiqué ci-avant, est plus grande de 50% par rapport à celle utilisable dans le cas de la variance AVAR.

(19)

où vaut et présente un niveau de confiance suffisant.

La valeur maximale généralement admise pour τ dans le cas de la variance AVAR correspond à 20% du temps total des données *T*. Compte tenu du fait que la variance TheoBR est plus couteuse en calculs que la variance AVAR, seules les grandes valeurs de *m* sont incluses dans la définition ci‑dessus; elles ne le sont pas toutes. Il n'est généralement pas nécessaire de calculer toutes les valeurs de *m*; une par octave ou une par décade suffisent à caractériser un bruit aléatoire. Afin de séparer les valeurs de la variance AVAR de celles de la variance TheoBR, on introduit volontairement un petit intervalle vide pour , mais celui-ci peut être complété si l'on souhaite faire porter les calculs sur davantage de valeurs de *m*, ou sur la totalité de ces valeurs.

La racine carrée de la variance TheoH donne l'écart type TheoH, aussi noté TheoH-dev.

# 4 Conversion entre les domaines fréquentiel et temporel

En règle générale, si la densité spectrale de la fluctuation de la fréquence normée *Sy*( *f* ) est connue, on peut calculer la variance à deux échantillons en utilisant les expressions suivantes:

(20)

(21)

et:

(22)

Plus précisément, en ce qui concerne le modèle en loi de puissance donné par l'expression (6), la mesure dans le domaine temporel suit également une loi de puissance à partir des expressions (6) et (11):

(23)

Les valeurs de *h* sont des caractéristiques du bruit de fréquence de l'oscillateur. On remarquera que pour les valeurs entières de  (comme c'est semble-t-il souvent le cas), on a

  –  – 1 pour – 3    1

  – 2 pour – 3    1

avec:

Ces relations de conversion ont été vérifiées expérimentalement et par le calcul. Le Tableau 2 donne les coefficients de la conversion entre les mesures de l'instabilité de fréquence, du domaine temporel au domaine fréquentiel et du domaine fréquentiel au domaine temporel.

TABLEAU 2

Conversion des mesures d'instabilité de fréquence entre les densités spectrales  
dans le domaine fréquentiel et la variance dans le domaine temporel   
et vice versa (pour 2 *fh*  1)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Description du processus  de bruit | **() ** | ***Sy* ( *f* ) ** | ***S* ( *f* ) ** | ***Sx* ( *f* ) ** |
| Bruit de fréquence à marche aléatoire | *A*[ *f*  *Sy*( *f* )]  | [  ()] *f* | [  ()] *f* | [  ()] *f* |
| Bruit de scintillation de fréquence | *B*[ *f* *Sy*( *f* )]  | [ ()] *f* | [ ()] *f* | [  ()] *f* –3 |
| Bruit blanc de fréquence | *C*[ *f*  *Sy*( *f* )]  | [ ()] *f* | [ ()] *f* | [  ()] *f* –2 |
| Bruit de scintillation de phase | *D*[ *f*  *Sy*( *f* )]  | [ ()] *f* | [ ()] *f* | 0,89 [0 ()] *f* |
| Bruit blanc de phase | *E*[ *f*  *Sy*( *f* )]  | [ ()] *f* | [ (] *f* | [ ()] *f* |
|  |  | | | |
| *B*  2 loge 2 |  | | | |
| *C*  1/2 |  | | | |

Les caractéristiques de pente des cinq processus de bruit indépendants sont représentées dans les domaines fréquentiel et temporel sur la Fig. 1 (échelles logarithmiques).

# 5 Limites de confiance des mesures dans le domaine temporel

Pour un bruit de type gaussien, l'intervalle de confiance (ou la limite d'erreur) d'une valeur particulière de *y*() obtenue à partir d'un nombre fini d'échantillons est donné par l'expression ci-dessous (les estimations ne se recouvrant pas):

(24)

où:

*M*: nombre total de mesures utilisées pour l'estimation

: valeur définie dans le paragraphe précédent

2  1  0,99

0  0,87

–1  0,77

–2  0,75.

A titre d'exemple, pour un modèle gaussien avec *M*  100,   –1 (bruit de scintillation de fréquence) et *y*(  1 s)  10–12, on peut écrire:

(25)

ce qui donne:

(26)

Une autre méthode d'estimation incluant notamment le temps mort entre paires de mesures a également été mise au point. Elle fait apparaître l'influence de l'autocorrélation des fluctuations de fréquence.

Les intervalles de confiance ci-dessus s'appliquent à des estimations «sans recouvrement». Dans le cas d'estimations «avec recouvrement», l'intervalle de confiance est plus petit et peut être calculé.

Le biais qui résulte de l'application de la variance à deux échantillons à des intervalles de temps obtenus par concaténation de plusieurs mesures successives avec temps mort a été déterminé en fonction du type de bruit. Ce biais peut être important.

L'effet de la nature du filtrage analogique qui limite la puissance de bruit du signal étudié autour de sa fréquence nominale a été déterminé, en particulier en ce qui concerne l'utilisation d'un filtre passe‑bas au lieu du filtre passe-bande centré sur la fréquence nominale.

Les degrés de liberté (*d.f.*) pour les «estimations avec recouvrement» sont théoriquement calculés et font l'objet de courbes pour des spectres du type lois de puissance pour estimer l'intervalle de confiance de l'écart type à deux échantillons. L'intervalle de confiance pour l'écart type à deux échantillons, *y*() est:

(27)

où:

: valeurs en percentile pour la distribution

signe «^»: variance à deux échantillons estimée ou mesurée pour un ensemble fini.

Pour   2, l'amélioration du degré de liberté est presque *n* fois meilleure que pour le cas de l'estimation sans chevauchement. On obtient aussi une amélioration importante pour  1. Pour   0, le rapport pour les degrés de liberté est de 2; pour   –1, il est de 1,3 et pour   –2, il est de 1,04.

# 6 Applications pouvant donner des résultats erronés des mesures statistiques

Chacune des différentes mesures statistiques décrites ici est conçue pour des cas d'utilisation précis et peut ne pas être utile pour d'autres.

L'écart type d'Allan, l'écart type d'Allan modifié et l'écart type de temps reposent sur des différences de *x*(t) du second ordre et, ainsi, ne sont pas affectés par un polynôme du premier ordre. Toutefois, la suppression d'un polynôme du deuxième ordre ou d'ordre supérieur peut entrainer une baisse des valeurs lorsque τ est grand (τ 

Par conséquent, si un tel polynôme doit être supprimé avant le calcul des grandeurs statistiques, il est fortement recommandé d'utiliser des mesures statistiques n'étant pas affectées par la suppression de la courbe correspondante, telles que celles reposant sur des différences de *x*(t) d'ordre supérieur. Les mesures statistiques utilisant des différences du deuxième ordre ou d'ordre supérieur ne sont pas affectées par une variation linéaire des données.

Les mesures dans le domaine fréquentiel et celles dans le domaine temporel peuvent toutes deux conduire à des résultats incorrects lorsque des données sont espacées de manière irrégulière. En général, une lacune dans les données correspond à un manque d'informations. Certaines méthodes permettent de pallier ce problème de données par interpolation ou en supposant que les données manquantes sont nulles, mais toutes sont susceptibles d'engendrer des effets de distorsion. Il convient de comprendre la façon dont les logiciels traitent les données espacées de manière irrégulière.

# 7 Conclusion

Les méthodes statistiques qui permettent de décrire l'instabilité de fréquence et de phase ainsi que le modèle correspondant de densité spectrale en loi de puissance suffisent généralement à décrire l'instabilité de l'oscillateur. La version actuelle comporte des méthodes additionnelles, destinées à tenir compte des instabilités variables dans le temps dans le domaine temporel, et élargit le calcul de l'instabilité dans le domaine temporel à une plus grande fraction de la longueur des données.

Les méthodes décrites ne traitent pas les variations non aléatoires (déterministes ou systématiques). Ces dernières peuvent être soit périodiques, soit monotones. Les variations périodiques devront être analysées grâce aux méthodes connues d'analyse harmonique. Quant aux variations monotones, elles sont décrites par une dérive linéaire ou d'un ordre supérieur.