Período Económico de Aprovisionamiento

Planificación de Cables de Fibra Optica

por el Sr. Moumoulidis, OTE,

UNION INTERNATIONALE DES TELECOMMUNICATIONS
INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION
UNION INTERNACIONAL DE TELECOMUNICACIONES

Contenido

1. <u>Generalidades</u>

Mientras la demanda de servicios de telecomunicaciones continúa creciendo, la planta de telecomunicaciones debe expandirse a intervalos de tiempo regulares, conocidos como períodos de aprovisionamiento. Los períodos de aprovisionamiento y los pasos de la expansión en cada agregado pueden escogerse de diferentes maneras, dependiendo de un número de factores.

El que dicta la necesidad de una expansión es el pronóstico, y el tamaño de la expansión puede ser distinta para las diferentes clases de equipo. Para mayor detalle ver Referencia (2).

2. <u>Período de Aprovisionamiento</u>

Se asume que la demanda de circuitos en una ruta aumenta linealmente por un período infinito, con un crecimiento de circuitos/año. En el momento, *t*, la demanda será:

$$D(t) = \lambda \cdot t \qquad (1)$$

El costo de una ampliación suficientemente grande como para satisfacer la demanda durante *t* años es:

$$C(S) = A + B \cdot S \qquad (2)$$

donde *A* y *B* son los costos básicos e increméntales, respectivamente, y *S* el tamaño en pares de la planta ampliada. En el momento, *t*, cuando toda la planta esté agotada, la demanda, *D,* será igual al tamaño *S* de la planta. La Figura 1 ilustra la demanda y el patrón de expansión. El valor actual (present worth, PW) de toda la ampliación durante un período ilimitado de tiempo es:

$$\begin{aligned} PW &= (A + B\lambda \cdot t) + (A + B\lambda \cdot t)(1+i)^{-t} + (A + B\lambda \cdot t)(1+i)^{-2t} + \ldots \\ &= (A + B\lambda \cdot t)\sum_{n=o}^{\infty}(1+i)^{-nt} = (A + B\lambda \cdot t)\sum_{n=o}^{\infty} e^{-rnt} \end{aligned}$$

entonces $$PW = \frac{A + B\lambda \cdot t}{1 - e^{-rt}} \qquad (3)$$

donde $r = \lambda n(1+i)$

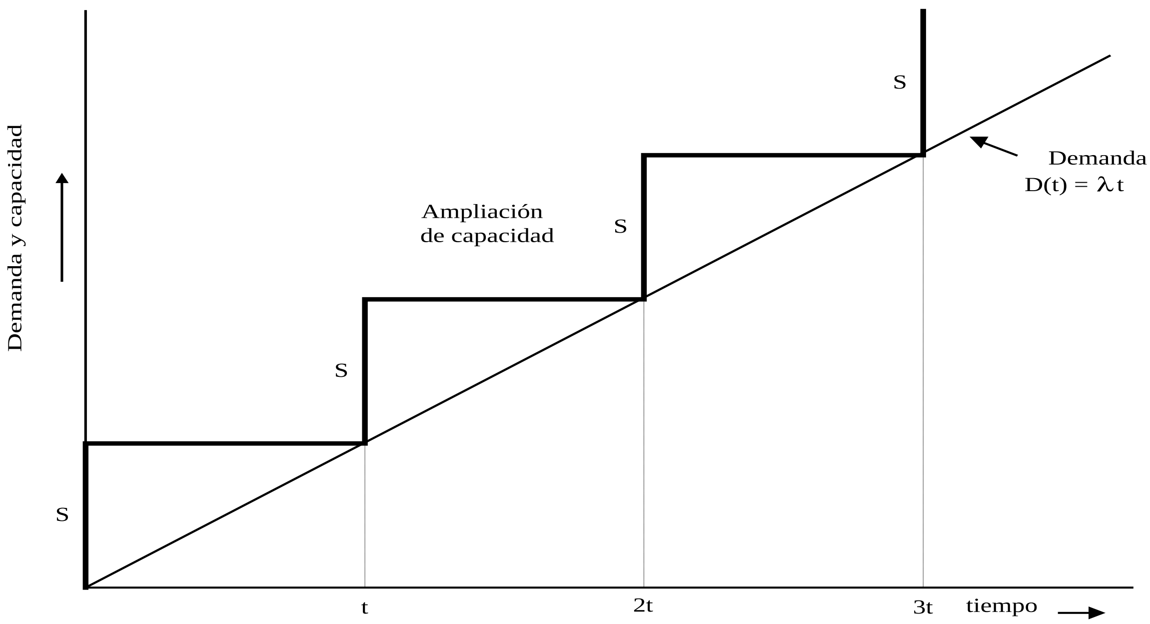


Figura 1

Ampliaciones de capacidad para satisfacer una demanda creciente linealmente

La Figura 2 ilustra la variación del valor actual, *PW,* como una función de *t* de acuerdo a la ecuación (3).

$$PW = \frac{A + B\lambda \cdot t}{1 - e^{-rt}} = \frac{A + BS}{1 - e^{-rS/\lambda}} \qquad (3A)$$

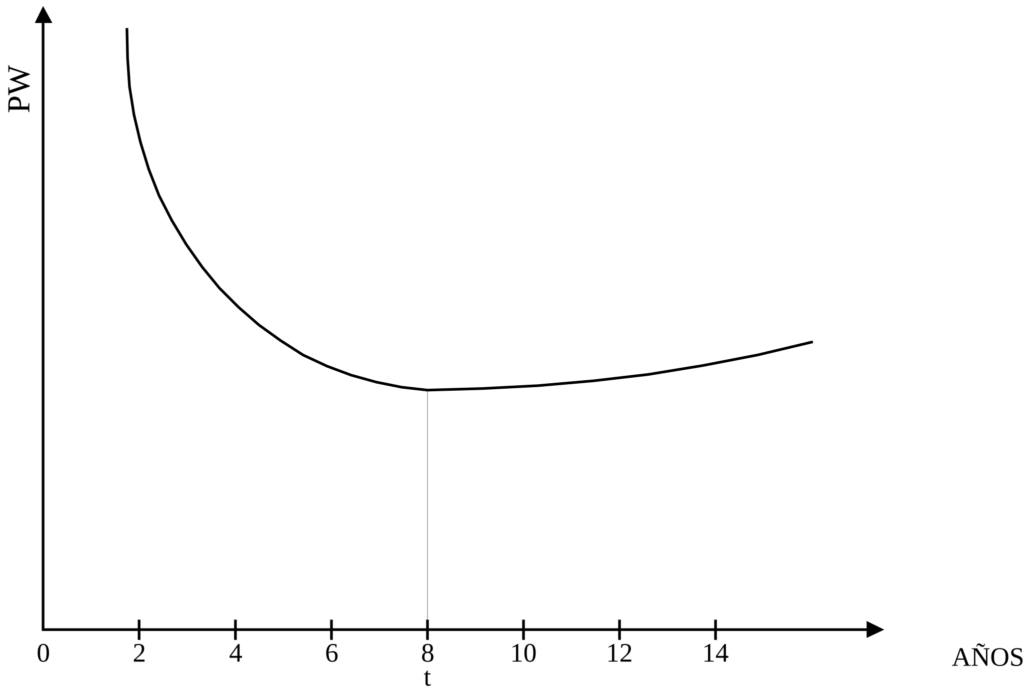


Figura 2

Hay un momento *t* en el que *PW* llega a un mínimo. Este tiempo *t* se define como el período económico de provisión. El *PW* mínimo se determina igualando la primera derivada a cero. Así obtenemos:

$$e^{rt} - 1 = (t + t_o)r \qquad (4)$$

donde $r = ln(1+i)$ y $t_o = A/(B\lambda)$.

Una solución aproximada de la ecuación anterior está dada por

$$t = \frac{1}{r}\lambda n\left(1 + P + \sqrt{2P}\right) \qquad (5)$$

donde $P = Ar / B\lambda$

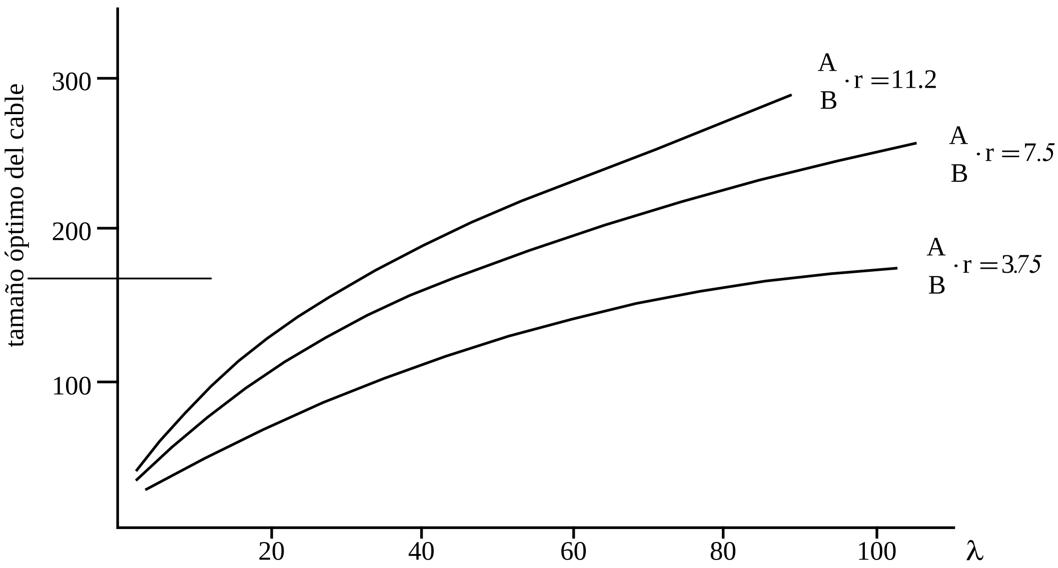
El tamaño óptimo del cable para la ampliación es

$$S = \frac{\lambda}{r}\lambda n\left(1 + P + \sqrt{2P}\right) \qquad (6)$$

Se encuentra que el valor actual de la planta de tamaño óptimo, es:

$$PW = \frac{B\lambda}{r}e^{rt} = \frac{B\lambda}{r}e^{rs/\lambda} \qquad (7)$$

La Figura 3 ilustra la variación del tamaño óptimo como una función del crecimiento de la demanda.



Ejemplo 1

El crecimiento de la demanda de líneas telefónicas es de 70 abonados/año. Las facilidades existentes han sido completamente agotadas. Para satisfacer la demanda, debemos colocar un nuevo cable. Cuál es el tamaño óptimo del cable, el tiempo de aprovisionamiento y el valor actual de los gastos para el tamaño óptimo?

Se dan los siguientes datos:

- Costo básico del cable $a_c = 70\,MU$
- Costo incremental del cable $b_c = 1 \cdot 6\ MU\ /\ pair$ (par)
- Costo de excavación $a_d = 500\,MU$
- Costo de unión $a_j = 50\,MU$
- Tasa de interés $i = 10\%$
- *pvf* del cable *1.223*
- vida útil *30 years* (años)

Se da el costo de la planta

$C(S) = A + BS$

Tenemos:

$$A = a_c\mu + \left(a_d + a_j\right)\left[1 + \frac{1}{\left((1+i)^T - 1\right)}\right] = 85.6 + 583 = 669\,MU$$

$$B = b_c\mu = 1.957\ MU\ /\ pair$$

$$r = \lambda n(1+i)$$

El tiempo óptimo para λ = 70 abonados/año se evalúa así:

$$P = \frac{A \cdot r}{B\lambda} = \frac{669 \cdot 0.095}{1.957 \cdot 70} = 0.464$$

$$t = \frac{1}{r} \lambda n\left(1 + P + \sqrt{2P}\right) = 9.33 \quad years$$

El tamaño óptimo se encuentra por:

$$S = \lambda\, t = 70 \cdot 9.33 = 643 \approx 700 \quad pairs \text{ (pares)}$$

El valor actual de gastos de la planta para el tamaño óptimo está dado por:

$$PW = \frac{A + BS}{1 - e^{-rS/\lambda}}$$

No usamos la ecuación (7) dando el valor actual en el tiempo óptimo, porque el cálculo del tiempo óptimo se hizo aproximadamente. La ecuación (7) es sensible al tiempo, mientras que la ecuación (3) no lo es. Así obtenemos:

$$PW = \frac{669 + 1.957 \cdot 700}{1 - e^{-0.095 \cdot 700/70}} = 3324\, MU$$

Ahora consideremos en nuestro ejemplo que escogimos un tiempo incorrecto, duplicando el período de aprovisionamiento. En otras palabras, el tamaño del cable se duplicó. El valor actual de la planta para el tamaño duplicado es:

$$PW = \frac{A + B2S}{1 - e^{-r2S/\lambda}} = 4008\, MU$$

El porcentaje de variación en PW, con respecto al tamaño óptimo, es:

$$var\,iation = \frac{4008 - 3324}{3324} \cdot 100 = 20.5\%$$

La diferencia es sólo de 5% por el doble de tamaño de la planta. Esto sucede porque la curva en el tamaño óptimo es plana (ver figura 2). Mientras más pequeño es el coeficiente *b*, más plana es la curva y más pequeña la variación del *PW*. Mediante este razonamiento llegamos a la conclusión de que la elección exacta del tiempo óptimo no es crítica.

Estando cerca del valor mínimo, el porcentaje del valor actual puede, sin embargo, no ser siempre una medida apropiada de la diferencia por decisiones incorrectas. Puede ser más apropiado primero sustraer del total los componentes claramente “incontrolables”. Uno de estos componentes es el costo *b*. Cualquiera sea el tiempo de reemplazo que se adopte, el costo de los pares es inevitable. Este costo consiste de anualidad infinita con λ*BMV/año*.

El valor actual de esta anualidad infinita está dado por:

$$PW_b = \lambda\, B / i$$

También asumimos que hay algún déficit inicial que implica que debemos incurrir en, al menos, un costo básico:

$$PW_a = A$$

El costo incontrolable es:

$$PW_a + PW_b = A + \lambda\, B / i = 2039$$

El costo que está sujeto a optimización es:

- para tiempo óptimo:

$$3324 - 2039 = 1285$$

- para tiempo óptimo doble:

$$4008 - 2039 = 1969$$

La variación porcentual en PW es ahora:

$$variation = \frac{1969 - 1285}{1285} \cdot 100 = 53\%$$

Este porcentaje es considerable. Así, el problema del tamaño del cable se convierte en económico.

Ejemplo 2

El crecimiento de la demanda es λ = 10 abonados/año y las facilidades existentes están agotadas. Hay dos alternativas para satisfacer la demanda, poner un cable enterrado o colocar un cable aéreo. Tenemos para:

cable enterrado

• vida útil	40 años
• mantenimiento más costo de operación	2 %
• costo básico	70
• excavación + instalación	550
• costo incremental	1.6 *MU/par*

cable aéreo

• vida útil	10 años
• mantenimiento más costo de operación	10 %
• costo básico	20 *MU*
• instalación	280 *MU*
• costo incremental	2.0 *MU/par*

Se acepta una tasa de interés promedio del 10 % . Qué alternativa se debe adoptar? Evaluamos el valor actual delos gastos para cada alternativa.

Cable enterrado

- *Costo básico* A_B

  Costo de aprovisionamiento $a_b = 70\,MU$

  Excavación + instalación $a_{di} = 550\,MU$

  Factor del valor presente

$$\mu_B = 1 + \frac{1}{(1+0.1)^{40} - 1} + \frac{0.02}{0.1} = 1.223$$

$$A_B = \mu_B a_b + a_{di} \cdot \left(1 + \frac{1}{(1+i)^T - 1}\right) = 85.6 + 562.4 = 648\,MU$$

- *Costo incremental* B_B

$$B_B = \mu_B b = 1.223 \cdot 1.6 = 1.957\,MU\,/\,pair \text{ (par)}$$

- *Evaluación del período de aprovisionamiento* t_B

$$P = \frac{A_B r}{B_B \lambda} = \frac{648 \cdot 0.095}{1.957 \cdot 10} = 3.15$$

$$t_B = \frac{1}{r} \lambda n\left(1 + P + \sqrt{2P}\right) = 19.95 \approx 20 \quad years$$

- Evaluación del tamaño de la capacidad óptima

$S = \lambda \; t_B = 10 \cdot 20 = 200 \quad pairs$ (pares)

- *Evaluación del valor actual*

$$PW_B = \frac{A_B + B_B S}{1 - e^{-rs/\lambda}} = \frac{648 + 1.96 \cdot 200}{1 - e^{-0.095 \cdot 200/10}} = 1223\, MU$$

<u>*Cable Aéreo*</u>

- *Costo Básico* A_A

  Costo de aprovisionamiento $a_a = 20\, MU$

  Instalación $a_i = 280\, MU$

  Factor del valor presente

$$\mu_a = 1 + \frac{1}{(1.1)^{10} - 1} + \frac{0.1}{0.1} = 2.627$$

$$A_A = a_a \mu_a + a_i\left(1 + \frac{1}{1.1^{10} - 1}\right) = 52.5 + 455.5 = 508\, MU$$

- *Costo incremental*

$B_A = \mu_a b_a = 2.627 \cdot 2 = 5.25\, MU / \; pair$ (par)

- *Evaluación del período de aprovisionamiento* t_A

$$p = \frac{A_A \cdot r}{B_A \cdot \lambda} = \frac{508 \cdot 0.095}{5.25 \cdot 10} = 0.\; 919$$

$$t_A = \frac{1}{r} \lambda n\left(1 + p + \sqrt{2p}\right) = 12.\; 5 \quad years$$

- *Evaluación de la expansión para la capacidad óptima*

$S_A = \lambda \, t_A = 10 \cdot 12.5 = 125 \approx 150 \quad pairs$ (pares)

- *Evaluación del valor actual*

$$PW_A = \frac{A_A + B_A S_A}{1 - e^{-r s_A/\lambda}} = \frac{505 + 5.25 \cdot 150}{1 - e^{-0.095 \cdot 150/10}} = 1700\, MU$$

Comparando el *PW* de ambas alternativas, fácilmente encontramos que, para los datos aquí manejados, el cable enterrado es más económico. La razón de esto es que el mantenimiento y la vida útil son favorable para cables enterrados.

3. Dimensionamiento a partir de una demanda inicial

Permitimos un salto inicial en la demanda, como se muestra en las Figuras 3 y 4.

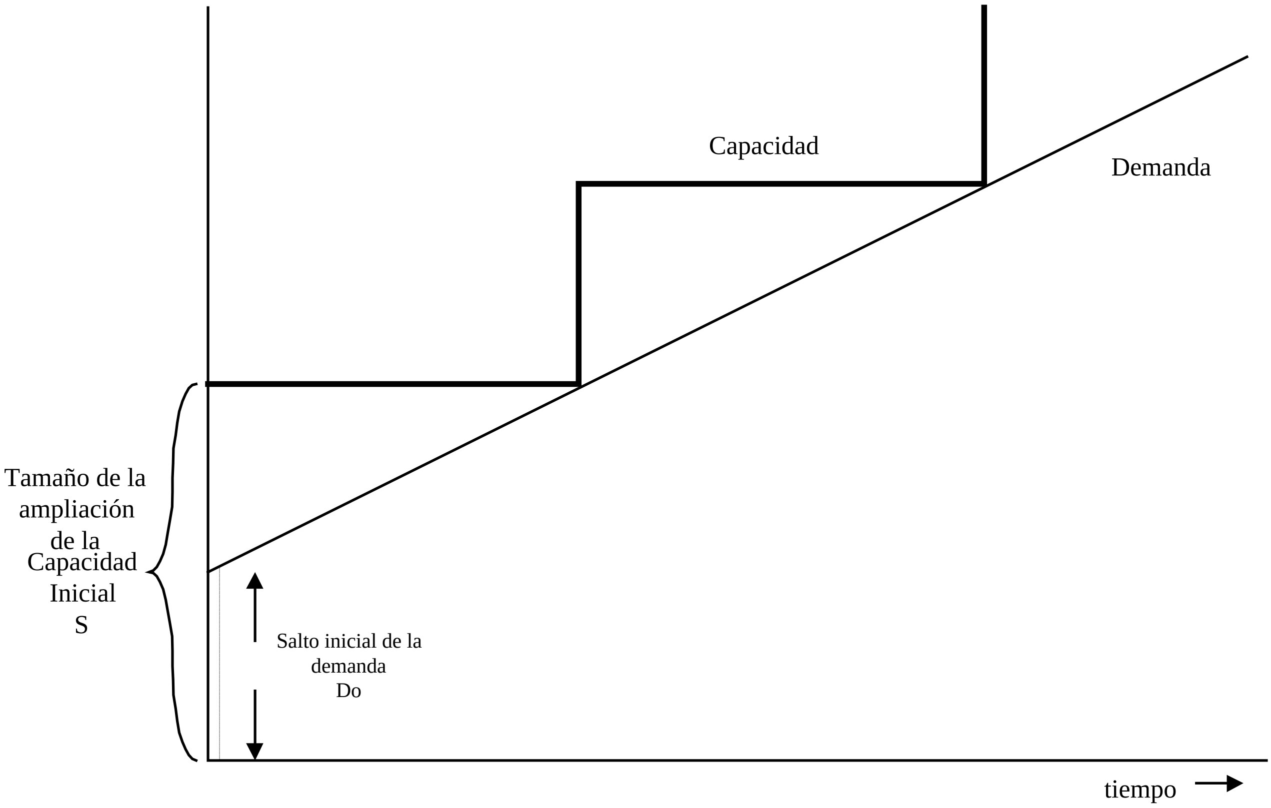


Figura 3
Demanda inicial positiva

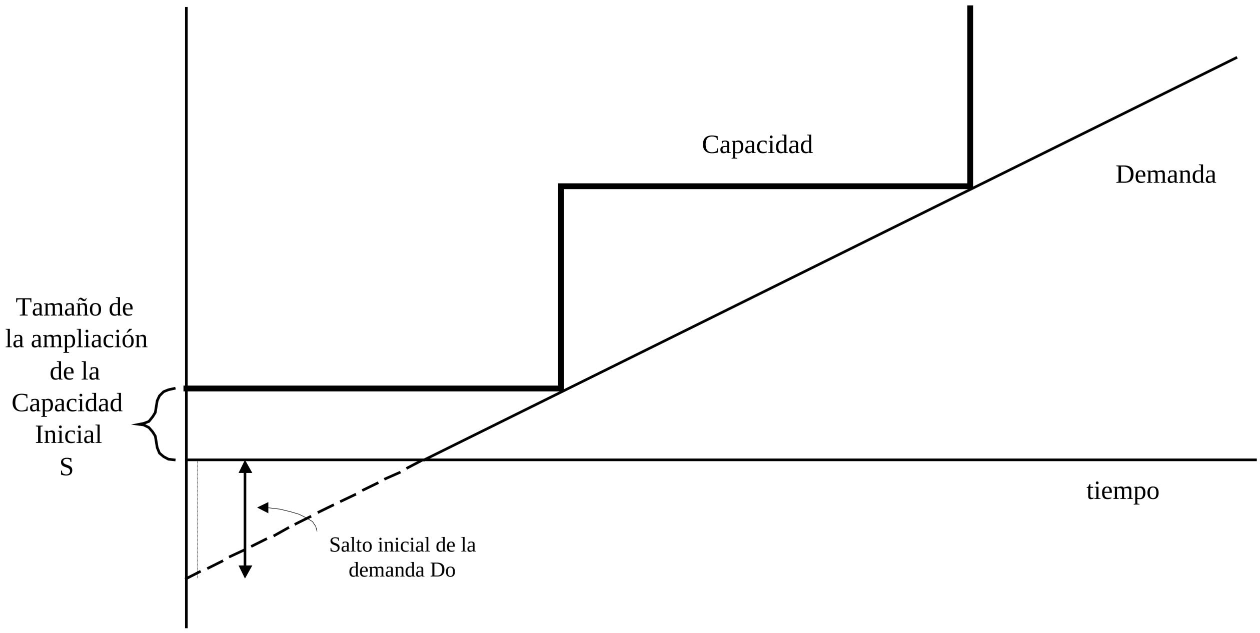


Figura 4
Demanda inicial negativa

Un valor positivo D_o puede corresponder al salto inicial de la demanda, mientras que un valor negativo refleja una expansión temprana forzada por factores externos, tales como coordinación con algún otro proyecto de construcción. Esto es, en la Figura 3, la expansión en el momento 0 habría tomado lugar D_o / λ unidades de tiempo antes, mientras que en la Figura 4 se asume que la expansión se emprende en el momento 0, aunque dentro del contexto del modelo ésta no sería realmente necesaria sino hasta $-D_o / \lambda$ unidades de tiempo después.

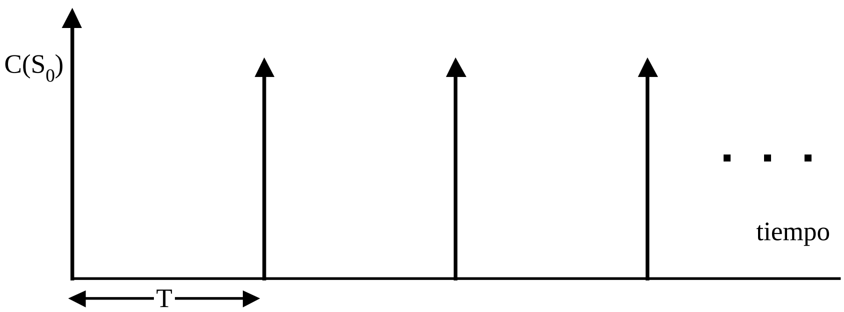
La demanda puede escribirse como

$$D = D_o + \lambda t \tag{8}$$

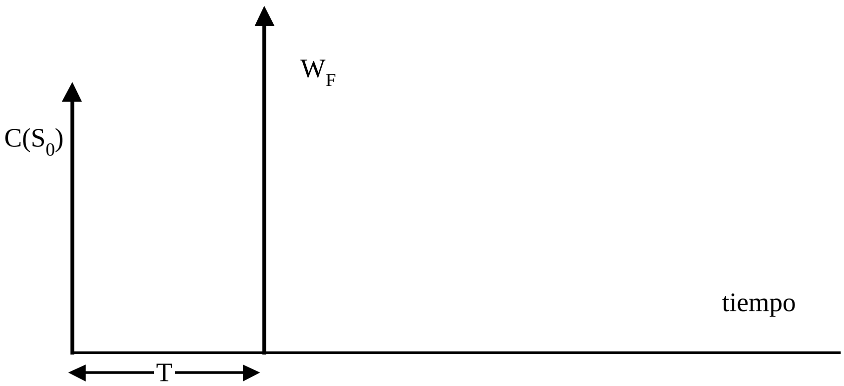
Puede considerarse que desde la segunda expansión en adelante, éstas se llevarán a cabo cuando la demanda alcance la capacidad de las facilidades. Dejemos que W_F sea el costo de una secuencia ilimitada de expansiones. La Figura 5 muestra el flujo de caja con el salto inicial. W_F es igual al valor actual para el caso de una demanda lineal con demanda inicial 0.

$$W_F = \frac{A + BS}{1 - e^{-rs/\lambda}} \qquad (?)$$

S es la capacidad del cable de la segunda expansión en adelante:



Flujo de caja con salto inicial



Flujo de caja equivalente

Figura 5

Viendo la Figura 5, observamos que la capacidad inicial S_o está dada como una función de la siguiente expansión T

$$S_o = D_o + \lambda T \tag{9}$$

El valor actual W de las expansiones anteriormente mencionadas es

$$W = C(S_o) + W_F\ e^{-rT} = C(S_o) + W_F\ e^{-r(S_o - D_o)/\lambda} \qquad (10)$$

$C(S_o)$ es el costo de la primera expansión. En caso $C(S_o)$ sea una función lineal de S_o,

$$C(S_o) = A + BS_o \qquad (11)$$

La ecuación (10) puede escribirse

$$W = A + BS_o + W_F\ e^{-r(S_o - D_o)/\lambda}$$

El mínimo de la expresión anterior con respecto a y, se calcula fácilmente

$$W = B + b(Y + D_o) + W_F\ e^{-ry/\lambda} \qquad (12)$$

Ya que W_F representa las ampliaciones ilimitadas a la demanda inicial 0, éste da la capacidad óptima S cuando la demanda inicial es cero. Entonces, la capacidad inicial es:

$$Y = \frac{\lambda}{r} \lambda n \frac{rW_F}{b\lambda} \qquad (13)$$

El tamaño óptimo es justamente el que hubiera sido sin el salto, más la capacidad suficiente para satisfacer el salto. Claro está que si D es negativo (Figura 4), la ecuación (9) puede dar una cantidad negativa de capacidad. En este caso no es económico instalar capacidad al tiempo 0, aunque el único costo de dicha capacidad sea el costo incremental o el costo B.

Referencias

1. Planificación de la Red Local, UIT/CCITT.

2. Planificación de la Red General, UIT/CCITT.

3. J. Freidenfelds: “Un Modelo Simple para el Estudio de la Ampliación de la Capacidad del Alimentador”, BSTJ abril, 1978.

4. J. Freidenfelds: “Ampliación de Capacidad”, Holanda del Norte. Nueva York, 1981.

5. W. Koontz: “Una Aproximación a los Modelos, Costos de Operación en la Red de Bucle”. BSTJ, abril 1978.

6. G. Moumoulidis & I. Tsitsanis: “Período Económico de Aprovisionamiento en la Red Local”, 1983.