Période Economique d'Approvisionnement

Planification du Câble à Fibres Optiques

par Mr. Moumoulidis, OTE

UNION INTERNATIONALE DES TELECOMMUNICATIONS
INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION
UNION INTERNACIONAL DE TELECOMUNICACIONES

Sommaire

1. Généralités

Les équipements de télécommunications doivent être extensibles à des intervalles de temps réguliers, connues comme périodes d'approvisionnement tant que les services des télécommunications continus à augmenter. Les périodes d'approvisionnement et les étapes d'extension, à chaque addition, devraient être choisies selon plusieurs façon dépendant d'un nombre de facteurs.

Le besoin en extension est dicté par les prévisions, et la taille d'extension peut être différente pour différents d'équipement. Pour plus de détail, voir Référence [2].

2. Période d'approvisionnement

La demande en circuits dans une route est supposée croître linéairement pour une période infinie à une croissance de circuits/année. Au temps *t*, la demande devrait être:

$$D(t) = \lambda \cdot t \qquad (1)$$

Le coût d'une extension suffisamment large pour se préparer à la demande sur *t* années est:

$$C(S) = A + B \cdot S \qquad (2)$$

où *A* et *B* sont respectivement des coûts de base et incréments et *S* la taille en paires de l'équipement ajouté. Au temps *t*, quand tout le matériel est saturé, la demande *D* devrait être égale à la taille *S* de l'équipement. La Figure 1 illustre la demande et le modèle d'extension. La valeur actuelle de toutes les extensions durant une période de temps ultime est :

$$PW = (A + B \cdot \lambda \cdot t) + (A + B \cdot \lambda \cdot t) \cdot (1+i)^{-t} + (A + B \cdot \lambda \cdot t) \cdot (1+i)^{-2t} + \ldots$$

$$= (A + B \cdot \lambda \cdot t) \cdot \sum_{n=o}^{\infty} (1+i)^{-n \cdot t} = (A + B\lambda \cdot t) \cdot \sum_{n=o}^{\infty} e^{-r \cdot n \cdot t}$$

alors $PW = \dfrac{A + B \cdot \lambda \cdot t}{1 - e^{-r \cdot t}}$ (3)

où $r = ln(1+i)$

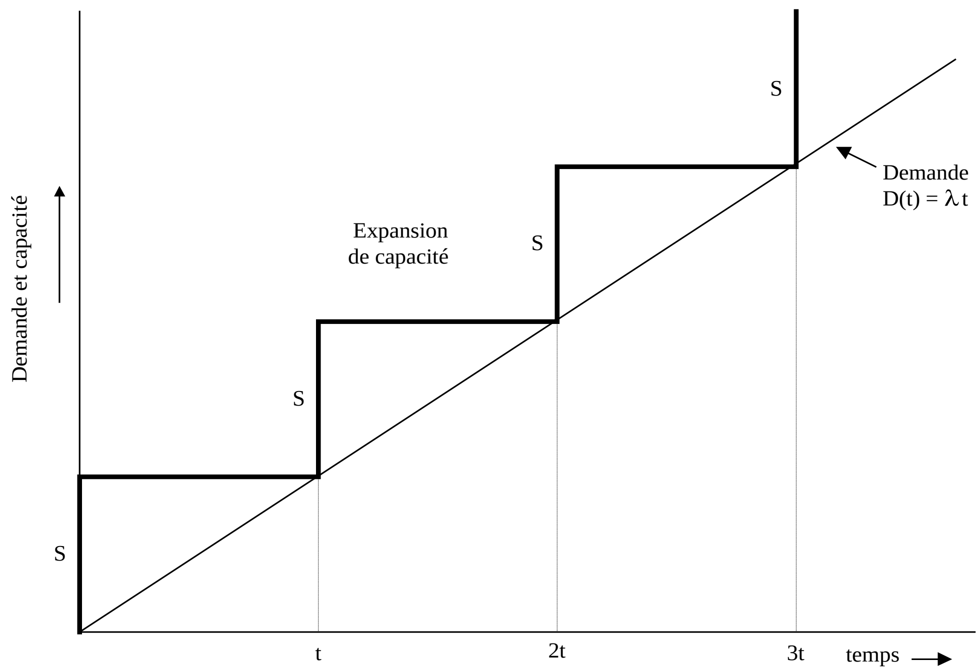


Figure 1
Extension de la capacité pour rencontrer la croissance linéaire de la demande

La Figure 2 illustre la variation de PW comme une fonction de t selon l'Eq (3).

$$PW = \frac{A + B \cdot \lambda \cdot t}{1 - e^{-r \cdot t}} = \frac{A + B \cdot S}{1 - e^{-r \cdot S/\lambda}} \qquad \text{(3A)}$$

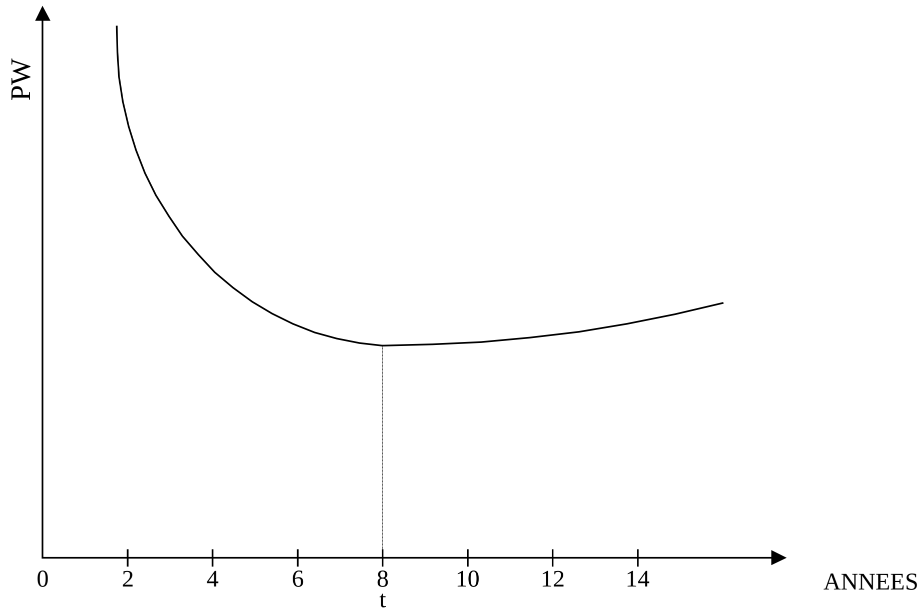


Figure 2

Pour PW, il y a le temps t pour lequel le minimum se présente. Ce temps t est défini comme une période économique d'approvisionnement. Le minimum de PW est déterminé égaliser la première dérivée à zéro. Ainsi, on obtient:

$$e^{r \cdot t} - 1 = (t + t_o) \cdot r \qquad \text{(4)}$$

où $r = ln(1+i)$ et $t_o = A / (B \cdot \lambda)$.

Une solution approximative de l'équation sus-mentionnée est donnée par

$$t = \frac{1}{r} \cdot ln\left(1 + P + \sqrt{2P}\right) \qquad \text{(5)}$$

où $P = A \cdot r \,/\, B \cdot \lambda$

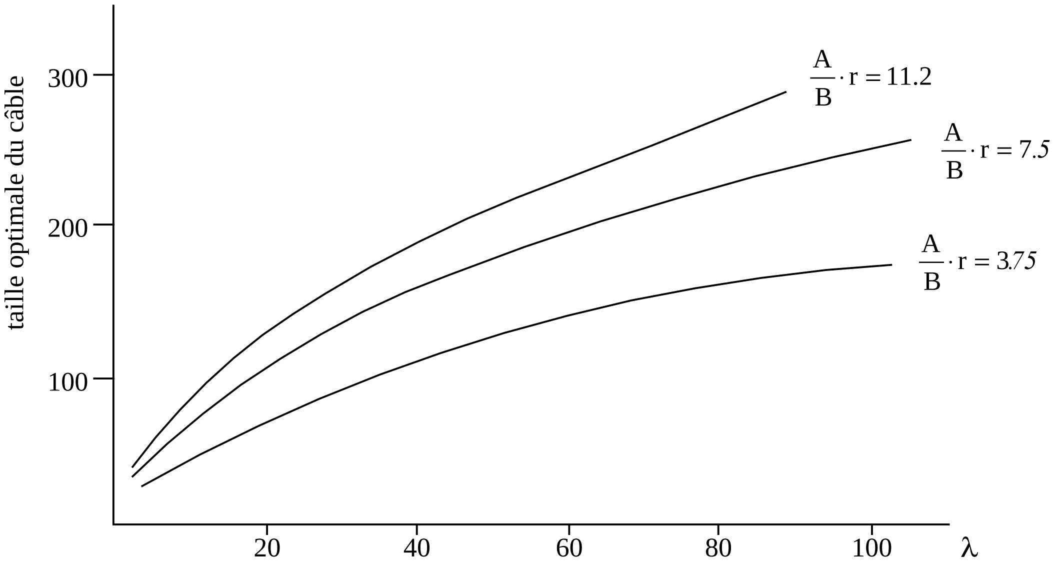
La taille optimale de l'extension du câble est

$$S = \frac{\lambda}{r} \cdot ln\left(1 + P + \sqrt{2P}\right) \qquad \text{(6)}$$

La valeur actuelle de l'équipement à la taille optimale est trouvée être:

$$PW = \frac{B \cdot \lambda}{r} \cdot e^{r \cdot t} = \frac{B \cdot \lambda}{r} e^{r \cdot s/\lambda} \qquad \text{(7)}$$

La Figure 3 illustre la variation de la taille optimale comme une fonction de la croissance de la demande.



Exemple 1

La croissance de la demande pour les lignes téléphoniques est 70 abonnés/année. Les équipements existants sont complètement utilisés. On doit placer un nouveau câble pour rencontrer la demande. Quelle est la taille optimale du câble, le temps d'approvisionnement et la valeur actuelle des dépenses à la taille optimale?

Les informations suivantes sont données:

- Coût de base du câble $a_c = 70$ *UM (Unité Monétaire)*
- Coût incrément du câble $b_c = 1.6$ *UM / paire*
- Coût du génie civil $a_d = 500$ *UM*
- Coût de branchement $a_j = 50$ *UM*
- Taux d'intérêt $i = 10\%$
- *pvf* pour le câble *1.223*
- Durée de vie *30 années*

Le coût de l'équipement est donné par

$$C(S) = A + B \cdot S$$

On a:

$$A = a_c \cdot \mu + \left(a_d + a_j\right) \cdot \left[1 + \frac{1}{\left((1+i)^T - 1\right)}\right] = 85.6 + 583 = 669 \; UM$$

$$B = b_c \cdot \mu = 1.957 \; UM \, / \, paire$$

$$r = ln(1+i)$$

L'optimum pour λ = 70 abonnés/année est évalué comme suit:

$$P = \frac{A \cdot r}{B \cdot \lambda} = \frac{669 \cdot 0.095}{1.957 \cdot 70} = 0.464$$

$$t = \frac{1}{r} \lambda n\left(1 + P + \sqrt{2P}\right) = 9.33 \ années$$

La taille optimale est trouvée par:

$$S = \lambda \cdot t = 70 \cdot 9.33 = 643 \approx 700 \ paires$$

La valeur actuelle des dépenses de l'équipement pour la taille optimale est donnée par:

$$PW = \frac{A + B \cdot S}{1 - e^{-r \cdot S/\lambda}}$$

On ne peut pas utiliser l'Eq (7) en donnant la valeur actuelle au temps optimum parce que le calcul de temps optimum a été approximativement exécuté. L'Eq (7) est sensible au temps, alors que l'Eq (3) ne l'est pas. Ainsi on obtient:

$$PW = \frac{669 + 1.957 \cdot 700}{1 - e^{-0.095 \cdot 700/70}} = 3324 \ UM$$

Considérons maintenant, dans notre exemple, que nous piochons un temps incorrecte qui double la période d'approvisionnement. En d'autres termes, la taille du câble est doublée. La valeur actuelle de l'équipement pour une taille double est:

$$PW = \frac{A + B \cdot 2S}{1 - e^{-r \cdot 2S/\lambda}} = 4008 \ UM$$

Le pourcentage de variation dans PW, tout en respectant la taille optimale, est:

$$variation = \frac{4008 - 3324}{3324} \cdot 100 = 20.5\%$$

La pénalité est seulement 5 % pour la taille double de l'équipement. Cela arrive du fait de la forme plate de la courbe à la taille optimale (voir Figure 2). Le plus petit coefficient *b*, rend la courbe plate avec une petite variation dans *PW*. A partir du raisonnement ci dessus, on arrive à la conclusion que le choix exacte du temps optimal n'est pas critique.

Proche de la valeur minimale, cependant, le pourcentage de la valeur actuelle peut être toujours une mesure appropriée au premier composants évidement soustraits "incontrôlable" du total. Une telle composante est le coût *b*. Quoi que le temps de remplacement est adopté, le coût des paires est inévitable. Ce coût consiste en annuités infinies avec λB *UM/année*.

La valeur actuelle de cette annuité infinie est donnée par:

$$PW_b = \lambda \cdot B / i$$

On suppose également qu'il y a quelques manques initiaux impliquant qu'on doit subir au moins un coût de base:

$$PW_a = A$$

Le coût incontrôlable est:

$$PW_a + PW_b = A + \lambda \cdot B / i = 2039$$

Le coût sujet à l'optimisation est:

- pour le temps optimum:

$$3324 - 2039 = 1285$$

- pour le temps optimum:

$$4008 - 2039 = 1969$$

La variation du pourcentage dans PW est maintenant:

$$variation = \frac{1969 - 1285}{1285} \cdot 100 = 53\%$$

Ce pourcentage est considérable. Ainsi le problème de taille du câble encours des économies.

Exemple 2

La croissance de la demande est λ = 10 abonnés/année et les équipements existants sont saturés. Il y a deux scénarios pour rencontrer la demande, soit de poser un câble enterré ou de placer un câble aérien. On a pour:

câble enterré

• durée de vie	40 années
• coût de maintenance et d'exploitation	2 %
• coût de base	70
• génie civile + installation	550
• coût incrément	1.6 *UM/paire*

câble aérien

• durée de vie	10 années
• coût de maintenance et d'exploitation	10 %
• coût de base	20 *UM*
• installation	280 *UM*
• coût incrément	2.0 *UM/paire*

Un taux moyen d'intérêt de 10 % est accepté. Quel scénario devrait être adopté? On évalue la valeur actuelle des dépenses pour chaque scénario.

Câble enterré

- *Coût de base* A_B

  Coût d'approvisionnement $a_b = 70\ UM$

  Génie civile + installation $a_{di} = 550\ UM$

  Facteur de la valeur actuelle

$$\mu_B = 1 + \frac{1}{(1+0.1)^{40} - 1} + \frac{0.02}{0.1} = 1.223$$

$$A_B = \mu_B \cdot a_b + a_{di} \cdot \left(1 + \frac{1}{(1+i)^T - 1} \right) = 85.6 + 562.4 = 648\ UM$$

- *Coût incrément* B_B

$$B_B = \mu_B \cdot b = 1.223 \cdot 1.6 = 1.957 \ UM / pair$$

- *Evaluation de la période d'approvisionnement* t_B

$$P = \frac{A_B \cdot r}{B_B \cdot \lambda} = \frac{648 \cdot 0.095}{1.957 \cdot 10} = 3.15$$

$$t_B = \frac{1}{r} \cdot ln\left(1 + P + \sqrt{2P}\right) = 19.95 \approx 20 \ années$$

- *Evaluation de la taille en capacité optimale*

$$S = \lambda \cdot t_B = 10 \cdot 20 = 200 \ paires$$

- *Evaluation de la valeur actuelle*

$$PW_B = \frac{A_B + B_B \cdot S}{1 - e^{-r \cdot s/\lambda}} = \frac{648 + 1.96 \cdot 200}{1 - e^{-0.095 \cdot 200/10}} = 1223 \ UM$$

Câble aérien

- *Coût de base* A_A

Coût d'approvisionnement $a_a = 20 \ UM$

Installation $a_i = 280 \ UM$

Facteur de la valeur actuelle

$$\mu_a = 1 + \frac{1}{(1.1)^{10} - 1} + \frac{0.1}{0.1} = 2.627$$

$$A_A = a_a \cdot \mu_a + a_i \cdot \left(1 + \frac{1}{1.1^{10} - 1}\right) = 52.5 + 455.5 = 508 \ UM$$

- *Coût incrément*

$$B_A = \mu_a \cdot b_a = 2.627 \cdot 2 = 5.25 \ UM / paire$$

- *Evaluation de la période d'approvisionnement* t_A

$$p = \frac{A_A \cdot r}{B_A \cdot \lambda} = \frac{508 \cdot 0.095}{5.25 \cdot 10} = 0.919$$

$$t_A = \frac{1}{r} \cdot ln\left(1 + p + \sqrt{2p}\right) = 12.5 \ années$$

- *Evaluation de la capacité d'extension optimale*

$$S_A = \lambda \cdot t_A = 10 \cdot 12.5 = 125 \approx 150 \ paires$$

- *Evaluation de la valeur actuelle*

$$PW_A = \frac{A_A + B_A \cdot S_A}{1 - e^{-r \cdot s_A/\lambda}} = \frac{505 + 5.25 \cdot 150}{1 - e^{-0.095 \cdot 150/10}} = 1700\ UM$$

Comparant la PW des deux scénarios, on trouve facilement que la câble enterré pour les données utilisées est plus économique. La raison pour cela est que la maintenance et la durée de vie sont favorables pour les câbles enterrés.

3. Taille sous une demande initiale

On autorise le saut initial en matière de demande comme montré dans la Figure 3 et Figure 4

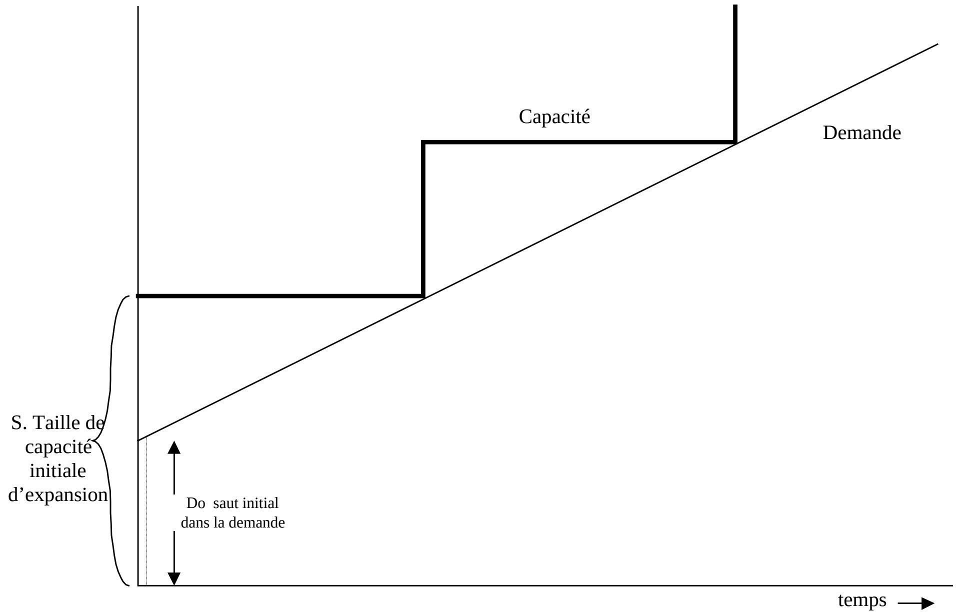


Figure 3
Demande initiale positive

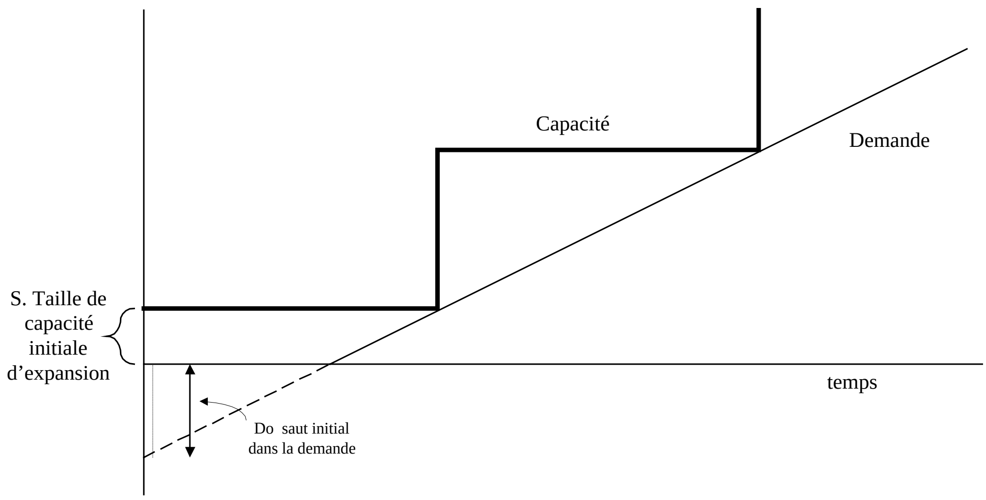


Figure 4
Demande initiale négative

Une valeur positive D_o peut correspondre au saut initial dans la demande pendant que la valeur négative reflète une extension prématurée forcée par des facteurs externes, tels que la coordination avec d'autres projet à construire. Cela, dans la Figure 3, l'extension au temps 0 devrait actuellement prendre place d'avance par D_o / λ unités de temps, alors que dans la Figure 4 l'extension est supposée être entreprise au temps 0, malgré qu'à l'intérieur du contexte du modèle il n'est pas nécessaire jusqu'à un retard de $-D_o / \lambda$ unités de temps.

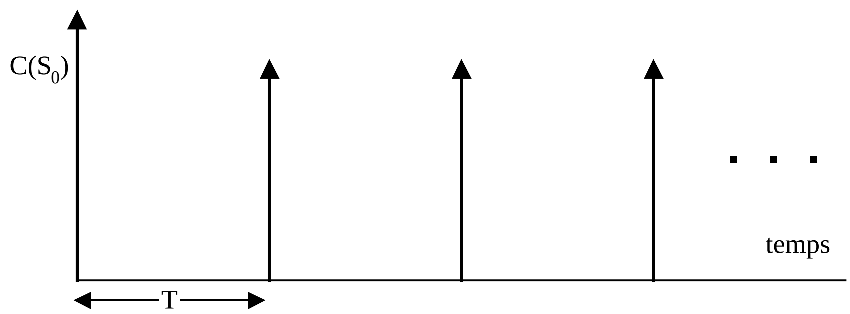
La demande peut être écrite comme

$$D = D_o + \lambda \cdot t \qquad (8)$$

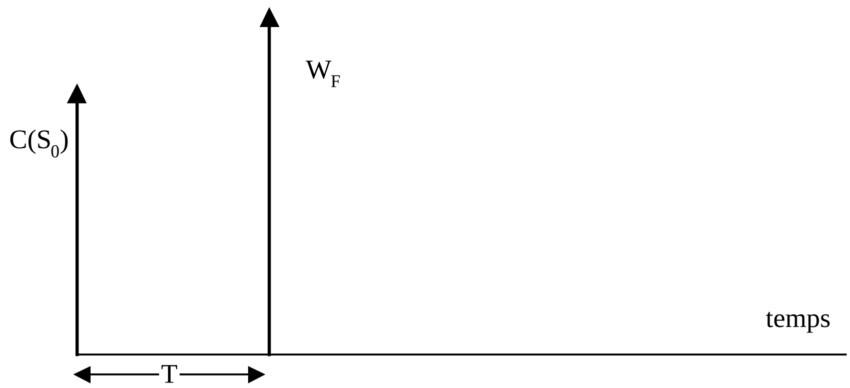
L'extension à partir du deuxième on avant peut être considéré pour prendre place quand la demande atteint la capacité de l'équipement. Laissons W_F être le coût de la séquence ultime d'extensions. La Figure 5 montre le cash-flow avec le saut initial. W_F est égal à la valeur actuelle dans l'événement de la demande linéaire avec une demande initiale égale 0.

$$W_F = \frac{A + B \cdot S}{1 - e^{-r \cdot s/\lambda}} \qquad (?)$$

S est la capacité du câble pour la seconde extension on avant:



Cash-flow avec saut initial



Cash-flow équivalent

Figure 5

Regardons la Figure 5, la capacité initiale S_o est donnée comme une fonction de l'extension suivante T

$$S_o = D_o + \lambda \cdot T \qquad (9)$$

La valeur actuelle W de l'extension sus-mentionnée est

$$W = C(S_o) + W_F \cdot e^{-r \cdot T} = C(S_o) + W_F \cdot e^{-r(S_o - D_o)/\lambda} \qquad (10)$$

$C(S_o)$ est le coût de la première extension. Dans l'événement de $C(S_o)$ fonction linéaire de S_o,

$$C(S_o) = A + B \cdot S_o \qquad (11)$$

L'Eq (10) peut être écrite comme

$$W = A + B \cdot S_o + W_F \cdot e^{-r(S_o - D_o)/\lambda}$$

Le minimum de l'expression sus-mentionnée, tout en respectant *y*, est facilement calculée

$$W = B + b \cdot (Y + D_o) + W_F \cdot e^{-r \cdot y/\lambda} \qquad (12)$$

Puisque W_F représente l'extension ultime à une demande initiale 0, elle donne la capacité optimale *S* quand la demande initiale est zéro. Alors la capacité initiale est:

$$Y = \frac{\lambda}{r} \cdot ln \frac{r \cdot W_F}{b \cdot \lambda} \qquad (13)$$

La taille optimale est juste comment la taille devrait être sans saut plus la capacité suffisante pour satisfaire le saut. Bien sure, Si D est négatif (Figure 4), l'Eq (9) peut laisser une quantité négative de la capacité. Dans ce cas il n'est pas économique d'installer la capacité au temps 0, même si le coût unique de cette capacité est l'incrément ou le coût *B*.

Références

1. Local Network Planning, ITU/CCITT.

2. General Network Planning, ITU/CCITT.

3. J. Freidenfelds: "A Simple Model for Studying Feeder Capacity Expansion", BSTJ April, 1978.

4. J. Freidenfelds: "Capacity Expansion", North Holland. New York, 1981.
5. W. Koontz: "An Approach to Modeling, Operating Costs in the Loop Network". BSTJ, April 1978.

6. G. Moumoulidis & I. Tsitsanis: "Economic Period of Provision in the Local Network", 1983.