

**Emplacement et limite du central**

Mr. T. Fried, ITU



**UNION INTERNATIONALE DES TELECOMMUNICATIONS  
INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION  
UNION INTERNACIONAL DE TELECOMUNICACIONES**





## SOMMAIRE

- 1 Postulats
  - 1.1 Réseaux d'abonnés
  - 1.2 Centraux
  - 1.3 Trafics
  
- 2 Limites du central
  - 2.1 Calcul des distances
  - 2.2 Calcul du coût du réseau de jonction par abonné
  
- 3 Emplacement des centraux
  - 3.1 Calcul des dérivées
  - 3.2 Résoudre le système d'une équation linéaire

Références bibliographiques

## 1 POSTULATS

Comme il a été indiqué auparavant, le problème à résoudre consiste à savoir comment étendre un réseau donné, sur une certaine période de temps, pour des demandes spécifiques, en rapport avec des abonnés et le trafic, selon l'utilisation d'un type de centraux et équipement de transmission, en respectant des particularités eu égard à la qualité du service et en utilisant de moyens les plus économiques.

Les vrais réseaux de télécommunication sont plutôt compliqués, et il serait difficile d'utiliser des méthodes mathématiques pour trouver des solutions exactes aux différentes tâches de planification impliquées. C'est pourquoi il est primordial de trouver des méthodes pour traiter n'importe quel type de réseau plutôt que de traiter un en particulier. Pour y arriver, il faut fabriquer un *réseau modèle*, abstraction faite sur le réseau, traduisant les relations entre les différentes entités en termes mathématiques.

En élaborant un modèle, il convient de savoir jusqu'à quel point ce modèle est-il proche de la réalité. Des modèles simples déboucheront donc sur des solutions simples et rapides mais donneront aussi des résultats approximatifs ou peu efficaces. Un compromis raisonnable est donc à trouver entre l'efficacité des résultats et la rapidité dans le calcul. Il faut aussi se souvenir que pour les différents types de réseaux d'impact de la complexité du modèle sur l'efficacité des résultats peu varier considérablement.

Pour toute sorte *d'équipement* cette tâche est relativement simple. Le coût de la structure de n'importe quelle partie spécifique du système de commutation ou de transmission, ainsi que de leurs caractéristiques techniques, sont disponibles à l'administration ou chez le fabricant. La structure et les caractéristiques des différents types d'équipements sont, cependant, indépendants du réseau étudié, quoique les vraies valeurs pour les coûts impliqués peuvent varier considérablement d'un réseau à l'autre.

C'est valable aussi pour les différentes considérations concernant la qualité du service.

Ce qui est plus problématique, ce sont les modèles concernant la *distribution d'abonné* et *l'intensité du trafic* dans le réseau.

### 1.1 RESEAU D'ABONNES

Pour les grands réseaux il est logiquement inutile de définir la localisation de chaque abonné individuellement. Bien que les localisations des abonnés existants sont connues, les prévisions, réalisées pour la population totale de la ville pour une partie seulement, ne serviraient à rien pour déterminer la localisation des abonnés individuels.

La distribution des abonnés est donc à définir selon une des manières suivantes:

#### 1 *Les noeuds*

Ici la densité des abonnés est définie en *points discrets*, correspondant généralement aux points de distribution (DP) ou armoires. Cette approche est souvent réalisée dans des régions à faible densité de population, telles que les *régions rurales* ou dans les périphéries des régions métropolitaines. Chaque noeud est défini par ses coordonnées en tenant compte des prévisions des abonnés concernant les axes temporels.

#### 2 *Grille rectangulaire*

Pour les régions de plus de densité, on place une grille rectangulaire sur la carte de la région étudiée et les prévisions montrent alors le nombre des abonnés dans chaque case de la grille où les abonnés sont alors censés être *régulièrement distribués*.

La taille de la case de la grille doit être choisie selon des conditions local, des valeurs typique sont 100 - 500 mètres.

#### 3 *Zones arbitraires*

Au lieu d'une grille, les prévisions peuvent être réalisées pour les polygones arbitraires, c-à-d, pour les zones délimitées par une séquence de lignes droites. Ces zones correspondent généralement aux blocs de maisons, aux régions des armoires, aux complexes industriels, etc. Les abonnés sont encore une fois censés être régulièrement distribués à l'intérieur de chacune de ces régions.

Le choix d'une des méthodes suscitées supra dépend du type du réseau et des abonnés disponibles; il est également possible d'utiliser une *combinaison* de celles-ci pour n'importe quel réseau donné.

En ce qui concerne les limites de la zone du central, la façon de définir la distribution de l'abonné a les effets suivants:

Noeuds: chaque noeud est destiné à un centre;

Grille: n'importe quelle case de la grille est destinée à un centre;

Régions: n'importe quelle zone est destinée à un centre.

Pour "grille" et "zone", il est aussi possible de diviser une entité entre un nombre de centraux; ce qui ne peut être fait pour les "noeuds".

## 1.2 CENTRAUX

Le modèle concernant les centraux a trois aspects principaux:

- la *configuration du centre*, dépendant des abonnés, des circuits et des trafics;
- besoins en *surface couverte* pour une configuration donnée;
- *équipement terminal de ligne*, dépendant des moyens de transmission utilisés et du type de centre des deux côtés du bout de la ligne.

Il est possible de définir plusieurs types de centraux à étudier dans le cours d'optimisation et/ou le dimensionnement du réseau. Ce qui est à définir ce sont les capacités et les coûts des équipements et les possibilités d'interaction avec un autre matériel, commutation ou transmission.

### *Configuration du central*

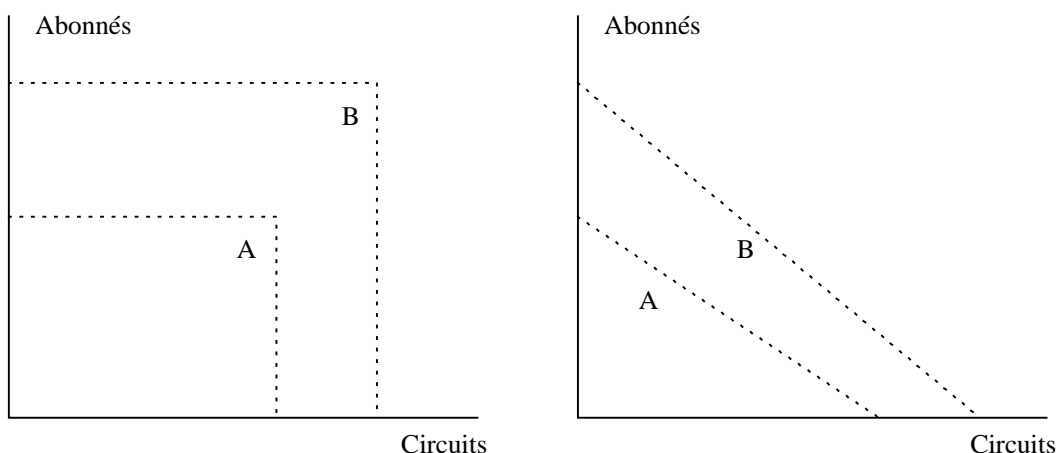
Un central a une certaine *capacité maximale*, exprimée en

- le nombre *d'abonnés* pouvant être connectés;
- le nombre de *circuits* terminés;
- la quantité de *trafic* qui peut être écoulé;
- le nombre de *tentative d'appel* par heure;

ou une combinaison de ces options.

Actuellement le programme prend en considération les deux premières données seulement. Comme le nombre des circuits d'arrivée est directement lié au trafic, le troisième point est indirectement tenu en considération. Les tentatives d'appel posent un problème plus compliqué, d'autant plus qu'il y a une forte demande pour les *réseaux performants*, et donc pour le moment on ne s'intéresse pas à cette catégorie.

Pour un type de centres donné, le programme reconnaît deux manières de définition: dépendant et indépendant capacités d'abonnés et circuits:



A et B se réfèrent aux différentes dimensions d'un type de centre donné.

Le coût pour une configuration d'un centre donné est défini en ces termes:

- coût d'équipement pour *un abonné*;
- coût d'équipement commun pour un *groupe d'abonnés*;
- la taille de ce groupe;
- coût d'équipement commun pour *toute l'unité du central*.

### ***Terminal de ligne***

Un circuit connectant deux centraux est composé de la ligne elle-même et l'équipement terminal des deux côtés des bouts des points. Le type et le coût de cet équipement terminal dépend du type de centre à la fin des deux bouts et du moyen de transmission utilisé. On a démontré qu'il était convenable de décrire ces coûts sous forme de graphiques, chacun de ces graphiques déterminant les coûts de l'équipement terminal entre tous les types de centraux, pour un groupe d'équipement de transmission donnée.

Exemple :

Types de centre	Groupe d'équipement de transmission
S x S	.6 .8 .9 .9L câble
X - barre	PCM
Numérique	

L'estimation du coût d'équipement terminal de la ligne consisterait alors de deux tables, un pour la câble et l'autre pour le MIC, chacune des tables ayant 3 x 3 comme valeurs de coût.

L'équipement terminal à chaque bout contient généralement plusieurs articles. Parfois il n'est pas aisé de dessiner une ligne de démarcation claire entre les centraux et les équipements de transmission, surtout pour les centraux électroniques. Cela ne fait pas vraiment de différence par rapport à l'optimisation et à l'étude de dimensionnement du réseau, à condition que tous les articles du coût impliqués soient inclus quelque part.

### **1.3 TRAFICS**

Comme dans le cas de la distribution d'abonnés, il est inutile, du point de vue statistique, d'élaborer des hypothèses concernant le volume du trafic et la dispersion des abonnés individuels. En plus, le modèle devrait établir des différences en ce qui concerne les comportements dans le trafic pour plusieurs catégories, telles que résidentielles, professionnelles, PBXS, etc. Les prévisions de trafics sont en général faciles à établir pour ces catégories plus que pour la population totale, puisque les catégories réagiront différemment à ces changements de l'environnement, comme prévision de nouveaux services ou changements en matière de politique tarifaire.

### ***Réseaux locaux***

Pour les cas des zones rurales, urbaines et métropolitaines, on a convenu de subdiviser la région du réseau total en un nombre désigné par zone de trafic. Les caractéristiques du trafic pour tous les abonnés dans une telle zones sont censées être uniformes. En déterminant de telles zone, il faut considérer attentivement le “mixage” actuel et futur des catégories et les possibilités de procéder à des mesures du trafic pour obtenir les “données de base” nécessaires pour le processus de la prévision du trafic.

Les trafics entre ces zones de trafic peuvent être décrits sous forme de matrices. Comme les limites des zones de centraux ne coïncideront pas généralement avec les limites des zones de trafic, le trafic entre les centres sera établi par simple calculs incluant les abonnés par centre par zone de trafic.

### ***Zones de trafic et abonnés***

Pour les réseaux locaux, les calculs des trafics sont basés sur le rapport abonnés/central, les catégories et les zone de trafic

Postulats:

- la région considérée a été divisée en zone de trafic. Les abonnés de ces zones sont censés avoir des catégories ou propriétés uniformes de trafic, tel que trafic de départ et d'arrivée par abonné et trafic dispersé dans d'autres zones;
- le nombre des abonnés de n'importe quelle zone,  $T$ , sont notoires pour n'importe quel centre donné,  $E$ , ils ont été définis dans les données d'entrée ou calculés dans l'optimisation antérieure des limites:  $NSUB(E, T)$ ;
- le nombre total de abonnés appartenant à n'importe quelle zone de trafic,  $T$ , est notoire, ceci a été calculé après lecture des données d'entrée concernant la *définition de la zone* et la *distribution d'abonnés*:  $SUBTZ_T$
- le trafic global allant de n'importe quelle zone de trafic,  $T$ , à n'importe quelle autre zone de trafic,  $U$ , est notoire à partir des données d'entrés:  $A_{TU}$

L'intérêt spécifique du trafic entre un abonné d'une zone de trafic  $T$  et un abonné d'une autre zone de trafic  $U$  est formulé ainsi

$$a(T,U) = \frac{A_{TU}}{SUBTZ_T \cdot SUBTZ_U}$$

En résumé, le trafic, de n'importe quel centre,  $E$ , à n'importe quel autre centre,  $F$ , peut être formulé ainsi

$$Traffic(E, F) = \sum_{T,U} NSUB(E, T) \cdot NSUB(F, U) \cdot a(T, U)$$

## 1.4 STRUCTURE DU COUT

### *Coût abonne - centre*

Le coût pour connecter un abonnée à un centre est représenté

$$D_E \cdot C_s(D_E) + C_f$$

où

$D_E$  est distance abonné-centre,  
 $C_s$  est coût d'équipement de transmission dépendant de la distance,  
 $C_f$  est coût d'équipement de transmission ne pas dépendant de la distance.

### *Coût centre - centre*

Le coût d'un circuit centre-centre est

$$D_{EF} \cdot C_c(D_E) + C_d$$

où

$D_{EF}$  est distance du centre  $E$  au centre  $F$ ,  
 $C_c$  est coût d'équipement de transmission dépendant de la distance,  
 $C_d$  est coût d'équipement de transmission ne pas dépendant de la distance.

Quand on utilise des systèmes différents de transmission, le choix est fait sur le nombre des circuits entre  $E$  et  $F$ . Dans ce cas il faut procéder à une optimisation dans chaque cas séparément.

Le paramètre additionnel d'un système de transmission est la capacité, c-à-dire le nombre maximum de circuits mis en oeuvre.

### *COUT DE CENTRAL*

Il faut distinguer deux axes:

- coût de l'équipement du central
- coût des bâtiments

Ces deux axes relèvent normalement des abonnés, des circuits de départ et d'arrivée.

Pour un centre donné  $E$ , nous indiquons le coût d'équipement du central en  $C_a(E)$  et le coût des bâtiments en  $C_b(E)$ .

Ainsi, fonction *coût du réseau total*  $C$  est formulée

$$C = \sum_{E=1}^{NEX} \sum_{(i,j) \in E} sub(i,j) \cdot [C_s(D_E) \cdot D_E + C_f] + \sum_{E=1}^{NEX} [C_a(E) + C_b(E)] + \sum_{E=1}^{NEX} \sum_{F=1}^{NEX} N_{EF} \cdot [C_c(D_{EF}) \cdot D_{EF} + C_d]$$

où

$NEX$  est le nombre des centraux,

$N_{EF}$  est le nombre de circuits de central  $E$  au central  $F$ .



## 2 OPTIMISATION DES LIMITES

L'optimisation des limites, c-à-d trouver les limites de la zone du central en vue de minimiser les coûts du réseau total, est basée sur les points suivantes:

- les emplacements des centraux sont fixés (provisoirement);
- le coût du réseau de jonction pour tout abonné, d'une zone de trafic donnée,  $K$ , appartenant à un central donné,  $E$ , est connu (calculé dans l'itération antérieure) :  $C_j(K, E)$
- le coût moyen par abonné, d'un central et d'un bâtiment et établi pour n'importe quel centre,  $E$  :  $C_b(E)$
- le coût pour connecter un abonné à n'importe quel centre est calculé de
  - la distance de l'abonné au central,  $D_E$
  - le plan de transmission
  - les coûts des équipements de transmission disponible,

et sont formulés ainsi  $D \cdot C(D) + C$

Le coût de connecter un abonné à l'emplacement  $(x, y)$ , appartenant à une zone de trafic  $K$ , à un centre  $E$  dans  $(X_E, Y_E)$  est

$$C(E) = C_j(K, E) + C_b(E) + D_E \cdot C_s(D_E) + C_f \quad (2.2.1)$$

où  $D_E = D(x, y, X_E, Y_E)$

Nous avons donc maintenant deux possibilités de trouver les limites optimales de central, dépendant d'une hypothèse supplémentaire qui consiste à savoir s'il faut ou pas diviser les cases des grilles entre les centraux.

- **Le cas où il ne faut pas diviser:**

Dans ce cas toute la case de la grille en question doit être assignés à un seul centre. La décision de savoir à quel centre,  $E$ , un abonné de la grille doit appartenir, est à faire par une simple comparaison.  $E$  est à choisir seulement si  $C(E)$  est minimisé.

Donc, pour chaque case de la grille  $(i, j)$  la valeur  $C(E)$  est calculés pour chaque centre  $E$ , et  $C(E)$  le plus bas détermine alors  $E$ . Le seul problème à résoudre est de trouver la distance entre  $(X_E, Y_E)$  et la case de la grille  $(i, j)$ . Cf le chapitre "Calcul des distances", pour plus de détails.

**NOTE** : Pour cette méthode, il faut être très précis dans l'élaboration des grilles. Sont-elles grandes - les limites ne seront pas bien tracées. Sont-elles petits - et on aura des problèmes d'espace dépôt et du temps de calcul.

- **Le cas où il faut diviser:**

Dans ce cas toute case de grille peut appartenir entièrement à un centre ou être divisée entre deux ou plusieurs centres. Avant de discuter du moyen de trouver les limites optimales pour la totalité de la région du réseau étudiée, considérons d'abord les limites entre deux centres,  $E$  et  $F$ . Normalement la limite devrait être divisée de façon à ce que tout au long du trajet les valeurs  $C(E)$  et  $C(F)$  soient égales.

En utilisant la formule (2.2.1) nous trouvons que

$$C_j(K, E) + C_b(E) + D_E \cdot C_s(D_E) + C_f(E) = C_j(K, F) + C_b(F) + D_F \cdot C_s(D_F) + C_f(F) \quad (2.2.2)$$

ou simplifié,

$$b(E) + D_E \cdot c(E) = b(F) + D_F \cdot c(F)$$

Etant donné maintenant la relation entre les valeurs  $b(E)$  et  $b(F)$ , et  $c(E)$  et  $c(F)$ , la limite entre  $E$  et  $F$  est l'une des figures géométriques suivantes:

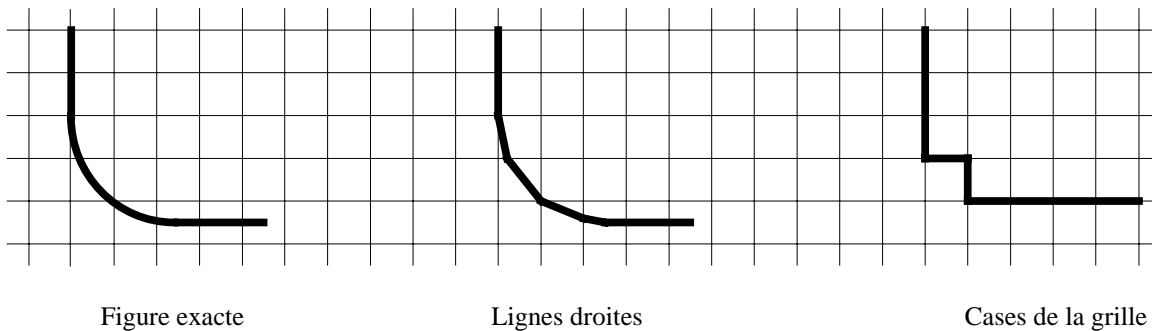
$$c(E) = c(F) \quad b(E) = b(F) : \text{ ligne droite}$$

$$b(E) \neq b(F) : \text{ hyperbole}$$

$$c(E) \neq c(F) \quad b(E) = b(F) : \text{ cercle}$$

$$b(E) \neq b(F) : \text{ figure approximative de } 4^{\text{ème}} \text{ ordre}$$

Ces fonctions concernant les limites, à l'exception de la première, ne sont pas adéquates pour des calculs subséquents, c à d pour les localisations et les délimitations du central. Dans ce cas, toute limite doit être représentée comme une séquence de segments de ligne droite, approchant la limite exacte. Le graphique suivant montre une comparaison entre la limite exacte et les deux méthodes antérieures:



*Comparaison entre les définitions des limites*

Comme les zone de trafic et la distribution des abonnés sont encore définies dans des cases de grille, ce qui est logique à faire est de trouver les limites pour chaque rangée de la grille, c à d, trouver l'intersection des fonctions des limites et les lignes supérieures et inférieures séparant cette rangée de ses voisines.

Pour toute paire de centraux  $E$  et  $F$  et une ligne donnés  $y = y_0$ , la formule (2.2.2) peuvent être utilisées pour trouver le point limite avec une précision quelconque. On peut joindre alors des points correspondants aux rangées successives pour former une séquence de limites.

***Des méthodes simplifiées pour optimiser les limites***

S'il n'y a pas d'informations au sujet de la distribution des abonnée par central et que le réseau de jonction est disponible (quand on a défini des limites initiales) ou si nous voulons accélérer les calculs (quand on étudies les essais des centraux), la méthode adéquate à suivre est de négliger l'influence des coûts sur le centre, bâtiment et le réseau de jonction, c-à-dire il faut négliger les deux premiers termes dans (2.1).

Donc nous obtenons

$$C(E) = D_E \cdot C_s(D_E) + C_f \quad (2.3)$$

D'ailleurs, nous pouvons négliger les différents coûts des équipements transmission dans le réseau d'abonné en faisant une division purement géographique dans des centraux. Dans ce cas les limites seront placées de manière équidistantes aux centraux adjacents.

Puis, si la distribution des abonnés sur la grille est réalisée et si la case de la grille n'est pas divisée, les lignes limites évoluent dans la case de la grille la plus proche.

En outre, nous devons traiter les limites des centraux fixes, c-à-d pré-définir des régions des centraux qui ne peuvent être altérées et devant être exclues du processus d'optimisation.

### ***Limites des centres de transit***

Un cas spécial qui pourrait être considéré comme optimisation des limites des centraux est de définir ou déterminer les centraux connectés vers un central, c-à-d de définir le centre de transit supérieur ou le centre tandem pour chaque centre.

Le coût  $C(E)$  de connecter un circuit d'un central à l'emplacement  $(x, y)$  à un échange  $E$  en  $(X_E, Y_E)$  est formulé comme dans (2.1).

La décision de savoir à quel central  $E$ , un centre donné peut-il appartenir peut être faite par comparaison.  $E$  est à choisir de façon à ce que  $C(E)$  soit minimisé. Ici,  $E$  est un centre de transit de niveau supérieur.

Puisque le rôle du coût des équipements de transmission est le plus important dans  $C(E)$ , nous pouvons utiliser les méthodes simplifiées pour l'optimisation des limites, mentionnées en haut, c à d choisir le centre supérieur pour que le coût du circuit ou la distance soit minimum.

Une approche pratique est de donner une possibilité supplémentaire pour les centres supérieurs pré-définis ou les centres supérieurs obtenus par le mode interactif.

La distance d'un centre quelconque au centre supérieur est calculées comme

- la distance  $D(x, y, X_E, Y_E)$  au long de l'hypoténuse ou le cathète du centre  $(x, y)$  au centre supérieur  $(X_E, Y_E)$
- le trajet le plus court  $D(i, j)$  d'un centre en noeud  $i$  à un centre supérieur en noeud  $j$  pour un modèle de réseau avec des noeuds et des liens joignant ces noeuds.

## **2.1 CALCUL DE DISTANCE**

### ***Distance entre centres/noeuds***

Pour des modèles de réseau avec des noeuds et des faisceaux connectant ces noeuds, les longueurs des liaisons sont définies comme des données et la distance entre deux points est égale alors à la longueur du trajet le plus court entre eux.

Il y a différents algorithmes pour obtenir le trajet le plus court entre deux noeuds.

L'algorithme décrit ici trouve le trajet le plus court de tout noeud,  $i$ , à tous les autres noeuds dans le réseau pour un arc de longueurs donné; pour trouver les trajets les plus économiques, le coût par arc est donné à la place.

Donne :

$N$	=	nombre de noeuds dans le réseau
$L$	=	nombre de faisceaux dans le réseau
$d_{ij}$	=	coût/longueur de l'arc entre les noeuds $i$ et $j$ , si le lien existe.

Trouver :Le trajet le plus court d'un noeud,  $i$ , vers tous les autres.

*Méthodes :*

Phase 1: Poser $D_j$	=	infini	pour $j = 1, 2, \dots, N$
Poser $LAST_j$	=	0	pour $j = 1, 2, \dots, N$

Phase 2: Poser  $D_i = 0$   
 Poser  $D_j = d_{ij}$  si le lien de  $i$  à  $j$  existe ; dans ce cas aussi  
 poser  $LAST_j = i$

Phase 3: Pour tout noeud,  $K$ , où  $LAST_K$  a été altéré dans la itération antérieure, réaliser ce qui suit:

- trouver tous les liens ayant  $K$  comme point final;
- pour chacun de ces liens, chercher l'autre point final,  $M$ ;

si  $D_K + d_{K,M} < D_M$   
 alors le trajet  $i$  à  $M$  passe à travers le noeud  $K$ , et donc poser  $D_M = D_K + d_{K,M}$   
 $LAST_M = K$

- ayant analysé tous ces points,  $K$ , la itération est faite. Si  $D$  et  $LAST$  ne sont remboîtés pendant cette itération, passer à la Phase 4. Autrement, entamer une nouvelle itération selon la Phase 3.

Phase 4: Tous les trajets courts du noeud  $i$  ont été maintenant établis.

$D_j$  contient maintenant la distance la plus courte de  $i$  à  $j$ .

$LAST_j$  contient l'avant dernier noeud sur le trajet de  $i$  à  $j$ .

Le trajet de  $i$  à n'importe quel autre noeud peut être alors reconstitué en utilisant les noeuds intermédiaires stockés dans  $LAST$ .

Le trajet total sera donc

$$i \rightarrow K(n-1) \rightarrow K(n-2) \rightarrow \dots \rightarrow K(2) \rightarrow K(1) \rightarrow j$$

où

$$\begin{aligned} K(1) &= LAST_j \\ K(2) &= LAST_{K(1)} \\ &\dots \\ K(n-1) &= LAST_{K(n-2)} \\ K(n) &= LAST_{K(n-1)} \quad \text{ce qui est égal à } i. \end{aligned}$$

Pour d'autres modèles de réseau les coordonnées des centres/noeuds sont établies et la distance entre un centre dans  $(X_E, Y_E)$  et un centre noeud dans  $(x, y)$  est définie ainsi

$$D(X_E, Y_E, x, y) = \sqrt{(X_E - x)^2 \cdot L_x^2 + (Y_E - y)^2 \cdot L_y^2} \quad (2.4)$$

si elle est à travers l'hypoténuse

ou

$$D(X_E, Y_E, x, y) = |X_E - x| \cdot L_x + |Y_E - y| \cdot L_y \quad (2.5)$$

si elle est mesurée à travers le cathète,

où  $L_x$  et  $L_y$  sont les dimensions de X- et Y- de la case de la grille.

**Distance moyenne du centre à la case de la grille**

Pour les abonnés définis en cases de grille, la méthode adéquate est celle qui consiste à trouver la *distance moyenne* d'un point, représentant un centre ou un conglomérat, à un abonné dans une case de grille.

Pour les cases rectangulaires, la distance d'un centre en  $(X_E, Y_E)$  à un point arbitraire  $(x,y)$  est définie comme

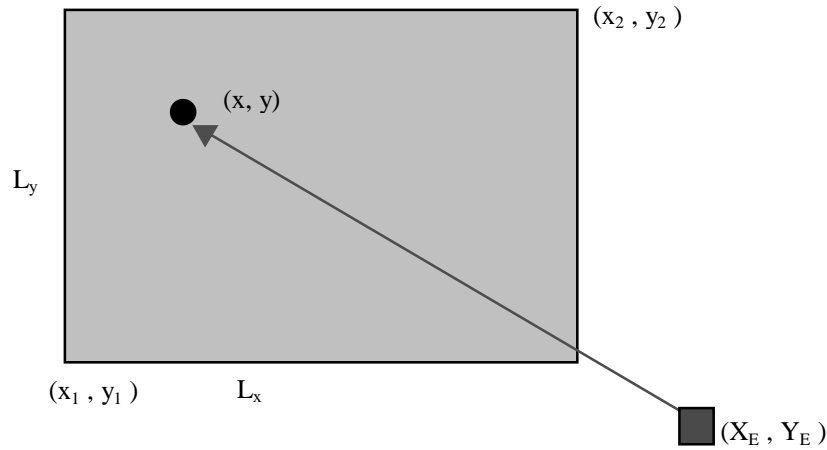
$$D(X_E, Y_E, x, y) = \sqrt{(X_E - x) \cdot L_x + (Y_E - y) \cdot L_y}$$

au long de l'hypoténuse

$$D(X_E, Y_E, x, y) = |X_E - x| \cdot L_x + |Y_E - y| \cdot L_y$$

au long du cathète,

où  $L_x$  et  $L_y$  sont les longueurs du côté du rectangle.



La *distance moyenne* de  $(X_E, Y_E)$  au rectangle peut être trouvés à partir de la double intégrale

$$D = \frac{1}{surface} \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} d(X_E, Y_E, x, y) dx dy \tag{2.6}$$

où  $(x_1, y_1)$  et  $(x_2, y_2)$  sont les coins opposés du rectangle,

et  $surface = (x_2 - x_1) \cdot (y_2 - y_1)$  est la surface du rectangle.

**METHODE PAR L'HYPOTENUSE**

La fonction originale de  $D$  est

$$F(z, u) = 2 \cdot z \cdot u \cdot s + z^3 \cdot \log\left(\frac{u+s}{z}\right) + u^3 \cdot \log\left(\frac{z+s}{u}\right)$$

où  $s = \sqrt{z^2 + u^2}$

Nous aurons donc la distance  $D$  en insérant les limites de l'intégration pour  $z$  et  $u$  pour arriver à

$$D(X_E, Y_E, x_1, y_1, x_2, y_2) = \frac{G(x_2, y_2) - G(x_2, y_1) - G(x_1, y_2) + G(x_1, y_1)}{6 \cdot L_x \cdot L_y} \tag{2.7}$$

où  $G(z, u) = 2 \cdot z \cdot u \cdot s + z^3 \cdot \log(u+s) + u^3 \cdot \log(z+s)$

Les termes contenant  $u^3$  et  $z^3$  s'annuleront en insérant les limites de l'intégration.

### METHODE CATHETIQUE

La formule (2.6) débouche sur

$$D = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} |X_E - x| \cdot L_x \, dx + \frac{1}{y_2 - y_1} \int_{y_1}^{y_2} |Y_E - y| \cdot L_y \, dy \quad (2.8)$$

et

$$\frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} |X_E - x| \cdot L_x \, dx = \begin{cases} D_x \cdot L_x & \text{si } D_x \geq 0.5 \\ (D_x^2 + 0.25) \cdot L_x & \text{si } D_x < 0.5 \end{cases}$$

où  $D_x = |X_E - x_2 + 0.5|$

$$\frac{1}{y_2 - y_1} \int_{y_1}^{y_2} |Y_E - y| \cdot L_y \, dy = \begin{cases} D_y \cdot L_y & \text{si } D_y \geq 0.5 \\ (D_y^2 + 0.25) \cdot L_y & \text{si } D_y < 0.5 \end{cases}$$

où  $D_y = |Y_E - y_2 + 0.5|$

## 2.2 COUT DU RESEAU DE JONCTION PAR ABONNE

Le coût du réseau de jonction de tout abonné, d'une région à trafic,  $K$ , appartenant à un centre donné,  $E$ , est

$$C_j(K, E) = \sum_F N_{EF} \cdot C_c(E, F) + \sum_F N_{FE} \cdot C_c(F, E)$$

où

$N$  différence dans les circuits, investis par un abonné  
 $C_c$  est coût d'un circuit; cela dépend du coût du moyens de transmission disponible et de la distance entre un centre et un autre.

$N$  est pris comme

$$N \cong A \cdot \frac{\partial N}{\partial A}$$

$\frac{\partial N}{\partial A}$  est l'efficacité du faisceau; c'est calculé par des mesures des dimensions et d'optimisation du nombre de circuits dans un faisceau; une valeur adéquate initiale est 1.2 .

D'où l'équation suivante

$$C_j(K, E) = \sum_F A_{EF} \cdot \frac{\partial N}{\partial A_{EF}} \cdot C_c(E, F) + \sum_F A_{FE} \cdot \frac{\partial N}{\partial A_{FE}} \cdot C_c(F, E)$$

$$A_{EF} = NSUB(F, T) \cdot a(K, T)$$

$$A_{FE} = NSUB(F, T) \cdot a(T, K)$$

$$NSUB(F, T) = \text{nombre d'abonnés pour le centre } F \text{ de la zone de trafic } T$$

$$a(K, T) = \text{l'intérêt spécifique du trafic entre un abonné en zone } K \text{ et un autre en zone } T .$$

### 3 EMPLACEMENT DES CENTRAUX

Nous traiterons ici des méthodes de définition de l'emplacement des centres, c-à-d que nous voulons trouver ces emplacements en vue de minimiser le coût total du réseau.

Les limites des zones du centre sont censées être *temporairement fixes*.

Des emplacements initiaux de centraux sont aussi disponibles (des itérations antérieures). Quelques unes des méthodes décrites ici vont améliorer ces emplacements.

#### ***Distribution des abonnés sur la grille***

Pour tout centre  $E$ , l'emplacement optimal, théoriquement  $(X_E, Y_E)$  a ceci de particulier que les dérivées partielles de la fonction totale du coût du réseau  $C$ , par rapport à  $X_E$  et  $Y_E$  sont égales à zéro. Comme  $C$  est dépendant de toutes les coordonnées du centre, et nous voulons trouver le minimum total de  $C$ , nous devons trouver une série de coordonnées de centres  $(X_E, Y_E)$  pour  $E = 1, 2, \dots$ , de sorte que

$$\left. \begin{array}{l} \partial C / \partial X_E = 0 \\ \partial C / \partial Y_E = 0 \end{array} \right\} \text{ pour } E = 1, 2, \dots, NEX$$

Donc, pour  $X_E$  nous avons

$$\begin{aligned} \partial C / \partial X_E = & \sum_{(i,j) \in E} [sub(i,j) \cdot C_c(D_E) \cdot \partial D_E / \partial X_E] + \\ & + \sum_{F \neq E} [N_{EF} \cdot C_c(E,F) + N_{FE} \cdot C_c(F,E)] \cdot \partial D_{EF} / \partial X_E \end{aligned} \quad (3.1)$$

où  $D_E$  marque la distance principale du centre  $E$  de la case de la grille  $(i,j)$ , et  $D_{EF}$  marque la distance du centre  $E$  au centre  $F$ .  $C_c$  est coût par circuit.

Un même postulat donne pour  $Y_E$  -  $\partial C / \partial Y_E$ .

D'autres méthodes pour résoudre le système de  $2 \cdot E$  équations seront employées pour nous occuper des deux méthodes de mesure des distances décrites dans le chapitre 2 "Limites du central".

#### **METHODE PAR L'HYPOTENUSE**

La méthode de calcul des dérivées partielles  $\partial D_E / \partial X_E$ ,  $\partial D_E / \partial Y_E$ ,  $\partial D_{EF} / \partial X_E$  et  $\partial D_{EF} / \partial Y_E$  est décrite dans l'appendice 3.1.

Insérant les dérivées dans (3.1), nous avons un système non linéaire de  $2 \cdot NEX$  équations, qui n'est pas facile à résoudre. On peut, cependant, étendre  $\partial C / \partial X_E$  et  $\partial C / \partial Y_E$  à l'intérieur des séries de Taylor, et tronquer après les dérivés du premier ordre. On a donc

$$\left. \begin{array}{l} \partial C / \partial X_E + \sum_{F=1}^{NEX} \left[ \frac{\partial^2 C}{\partial X_E \partial X_F} \cdot \Delta X_F + \frac{\partial^2 C}{\partial X_E \partial Y_F} \cdot \Delta Y_F \right] = 0 \\ \partial C / \partial Y_E + \sum_{F=1}^{NEX} \left[ \frac{\partial^2 C}{\partial Y_E \partial X_F} \cdot \Delta X_F + \frac{\partial^2 C}{\partial Y_E \partial Y_F} \cdot \Delta Y_F \right] = 0 \end{array} \right\} E = 1, 2, \dots, NEX$$

C'est maintenant un système linéaire de  $2 \cdot NEX$  équations dans  $\Delta X_F$  et  $\Delta Y_F$ ,  $\Delta$  dénote l'amélioration, qui peut facilement être résolu par les méthodes standard.

Le fait que les coefficients sur la diagonale de la matrice sont large comparés à d'autres coefficients facilitent ce processus.

La *méthode itérative* suivante peut donc être utilisée pour améliorer simultanément tous les emplacements des centraux:

- Etape 1: Commencer avec l'ensemble des  $(X_E, Y_E)$  actuel
- Etape 2: Calculer les dérivées et les coefficients (voir appendice 3.1)
- Etape 3: Résoudre le système d'équations linéaire, c à d trouver tous les  $(\Delta X_E, \Delta Y_E)$  (Voir appendice 3.2)
- Etape 4: Remettre l'emplacement de chaque central,  $E$ , à  $(X_E + \Delta X_E, Y_E + \Delta Y_E)$
- Etape 5: Répéter à partir de l'étape 2 jusqu'à ce que  $\max(\Delta X_E, \Delta Y_E)$  est plus petit qu'une valeur prédéfinie.

Observer que la méthode décrite ci-dessus peut

- laisse au *local*, non pas à l'optimum *global*, si les emplacements initiaux ne sont pas assez bon;
- osciller dépendamment des changements des coûts des équipements de transmission; cela peut, cependant, être facilement détecté et traité.

### METHODE CATHETIQUE

La méthode de calcul des dérivées partielles de la distance est décrite dans l'appendice 3.1.

Insérant les dérivées dan (3.1), nous avons:

$$\begin{aligned} \partial C / \partial X_E = \sum_{(i,j) \in E} \text{sub}(i,j) \cdot C_c(D_E) \cdot \begin{cases} -L_x & \text{si } j-1 \geq X_E \\ 2 \cdot (X_E - j + 0.5) \cdot L_x & \text{si } j-1 < X_E < j + \\ L_x & \text{si } X_E \geq j \end{cases} \quad (3.2) \\ + \sum_{F \neq E} [N_{EF} \cdot C_c(E,F) + N_{FE} \cdot C_c(F,E)] \cdot \begin{cases} -L_x & \text{si } X_E < X_F \\ L_x & \text{si } X_E > X_F \end{cases} \end{aligned}$$

et la même formule pour  $\partial C / \partial Y_E$ .

La méthode suivante peut donc être utilisée pour trouver l'emplacement optimale pour chaque centre  $E$ :

Phase 1: Trouver la colonne (ligne)  $K$  pour le centre.

Définir

$$\begin{aligned} S_j = \sum_i \text{sub}(i,j) \cdot C_s(D_E) \quad \text{pour } (i,j) \in E + \\ \sum_F [N_{EF} \cdot C_c(E,F) + N_{FE} \cdot C_c(F,E)] \quad \text{pour } j-1 \leq X_F < j \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\text{et } S = \sum_j S_j$$



Puis la colonne (ligne)  $K$  est trouvée où

$$\sum_{j=1}^{K-1} S_j < S/2 \text{ et } \sum_{j=1}^K S_j \geq S/2 .$$

Phase 2 : Trouver la localisation exacte  $X_E (Y_E)$  dans la colonne (ligne)  $K$ .

Définir

$$A = \sum_{j < K} S_j \qquad B = \sum_{j > K} S_j$$

$$G = \sum P \quad \text{pour } K-1 \leq X < X, X < K$$

$$H = \sum P \quad \text{pour } X \leq X < K, X > K-1$$

où  $P = N \cdot C(E, F) + N \cdot C(F, E)$

$$T_K = \sum_i \text{sub}(i, K) \cdot C_s(D_E) \quad \text{pour } (i, K) \in E$$

Par conséquent la localisation exacte  $X_E$  est

$$X = \left[ K - 0.5 + \frac{B - A + H - G}{2 \cdot T_K} \right] \cdot L_x \qquad (3.4)$$

Il en résulte que les dérivées partielles  $\partial C / \partial X$  et  $\partial C / \partial Y$  deviennent zéro si le centre est localisé à l'intersection des médianes X- et Y- par rapport au nombre des abonnés et des circuits de jonction pesés ou estimés selon les coûts couvrant la distance dépendante des moyens de transmission.

Comme la méthode par hypoténuse, la méthode mentionnée en haut peut

- mener vers un optimum local si les localisations initiales ne sont pas assez bonnes;
- osciller suivant les changements survenus dans les coûts des moyens de transmission.

#### **Méthodes simplifiées pour optimiser la localisation du central**

Pour accélérer les calculs (quand sont lancés les essais des centraux), le mieux à faire est d'utiliser la méthode cathétique pour optimiser les localisations des centraux, décrites en haut, mais en négligeant l'impact du réseau de la jonction.

Ainsi, pour  $S_j$  in (3.3) dans (3.3) nous avons

$$S_j = \sum_i \text{sub}(i, j) \cdot C_s(D_E) \quad \text{pour } (i, j) \in E$$

et pour  $X_E$  en (3.4) nous avons

$$X_E = \left[ K - 0.5 + \frac{B - A}{2 \cdot T_K} \right] \cdot L_x$$

ou

$$X_E = \left[ K + \left( \frac{S}{2} - \sum_{j=1}^K S_j \right) / T_K \right] \cdot L_x \quad (3.5)$$

Puis, nous suivrons les mêmes phases: la Phase 1 pour trouver la colonne (ligne)  $K$  pour le centre et Phase 2 pour trouver la localisation exacte  $X$  ( $Y$ ).

Par ailleurs, nous pouvons négliger la différence de coûts des moyens de transmission dans le réseau d'abonnés et trouver le centre de gravité, c-à-d le point où il y a équilibre entre les abonnés à droite et à gauche et en haut et en bas.

Nous utiliserons la même méthode pour d'abord trouver la colonne (ligne) et ensuite la localisation exacte, mais  $S_j$  de (3.3) est maintenant:

$$S_j = \sum_i sub(i, j) \quad \text{pour } (i, j) \in E$$

et  $X_E$  de (3.5) est:

$$X_E = \left[ K + \left( \frac{S}{2} - \sum_{j=1}^K S_j \right) / S_K \right] \cdot L_x$$

De simplifier plus, nous pouvons approcher la localisation dans une case de la grille, c-à-d trouver la colonne et la ligne de la localisation du centre en utilisant seulement la Phase 1 décrite en haut.

En plus, nous devons traiter les localisations fixes des centraux, c-à-d les localisations des centres pré-définies qui ne peuvent être modifiées et qui doivent être exclues du processus d'optimisation.

#### ***Abonnés et centres dans les noeuds***

Si le modèle de réseau est présenté avec des noeuds et des faisceaux reliant ces noeuds, la fonction du coût total du réseau,  $C$ , est une fonction discrète sur toutes les localisations des noeuds, c-à-d qu'il n'est pas possible d'utiliser les dérivées partielles de  $C$ .

On a la possibilité de calculer le coût total du réseau,  $C$ , pour toutes les combinaisons de centres localisés et de trouver le plus petit  $C = C_{min}$ . Les localisations des centres pour  $C_{min}$  sont optimales.

Il est évident qu'on ne peut utiliser une telle méthode en pratique, sauf pour quelques réseaux vraiment petits.

C'est pourquoi il est inutile d'étudier plusieurs combinaisons des localisations des centres.

On a deux moyens de résoudre le problème:

- en éliminant les combinaisons inutiles et en étudiant le reste; n'empêche qu'il y en aura beaucoup qui vont rester;
- en étudiant quelques unes des combinaisons qui pourraient donner des localisations optimales des centraux; la décision d'un expert est recommandée pour étudier chaque combinaison; en utilisant l'ordinateur, le mode d'opération interactif est le plus adéquat, c-à-d que l'expert statuera sur les localisations du central pour chaque combinaison et le programme informatique mesurera la dimension du réseau et calculera le coût total du réseau  $C$ .

## CALCUL DES DERIVEES

On doit calculer les dérivées partielles de la distance pour optimiser les localisations du central quand on utilise la distribution d'abonnés sur grille.

### Distance d'un centre à un centre/noeud

#### METHODE PAR HYPOTENUSE

Les dérivées partielles pour traduire la distance mesurée au long de l'hypoténuse (voir (2.4), de annexe 2.1) sont:

$$\partial D / \partial X_E = L_x^2 \cdot (X_E - x) / D$$

$$\partial D / \partial Y_E = L_y^2 \cdot (Y_E - y) / D$$

$$\partial^2 D / \partial X_E \partial x = -L_x^2 \cdot L_y^2 \cdot (Y_E - y)^2 / D^3$$

$$\partial^2 D / \partial Y_E \partial y = -L_x^2 \cdot L_y^2 \cdot (X_E - x)^2 / D^3$$

$$\partial^2 D / \partial X_E \partial y = L_x^2 \cdot L_y^2 \cdot (X_E - x) \cdot (Y_E - y) / D^3$$

$$\partial^2 D / \partial Y_E \partial x = L_x^2 \cdot L_y^2 \cdot (X_E - x) \cdot (Y_E - y) / D^3$$

#### METHODE CATHETIQUE

Les dérivées partielles pour traduire la distance mesurée au long du cathète (voir (2.5) de annexe 2.1) sont:

$$\partial D / \partial X_E = \begin{cases} L_x & \text{si } X_E > x \\ \text{non défini} & \text{si } X_E = x \\ -L_x & \text{si } X_E < x \end{cases}$$

$$\partial D / \partial Y_E = \begin{cases} L_y & \text{si } Y_E > y \\ \text{non défini} & \text{si } Y_E = y \\ -L_y & \text{si } Y_E < y \end{cases}$$

### Distance moyenne de central à case de grille

#### METHODE PAR HYPOTENUSES

Pour trouver le premier et le second ordre des dérivées partielles de la distance par rapport à  $X_E$  et  $Y_E$ , nous avons besoin des dérivées correspondantes de la fonction primitive  $G$  (voir (2.7)).

Les dérivées de  $G$  laissent:

$$\partial G / \partial X_E = L_x \cdot \left[ z^2 + 3 \cdot u \cdot s + 3 \cdot z^2 \cdot \log(u + s) \right]$$

$$\partial G / \partial Y_E = L_y \cdot \left[ u^2 + 3 \cdot z \cdot s + 3 \cdot u^2 \cdot \log(z + s) \right]$$

$$\partial^2 G / \partial X_E \partial X_E = L_x^2 \cdot [5 \cdot z + 6 \cdot z \cdot \log(u + s)]$$

$$\partial^2 G / \partial Y_E \partial Y_E = L_y^2 \cdot [5 \cdot u + 6 \cdot u \cdot \log(z + s)]$$

$$\partial^2 G / \partial X_E \partial Y_E = L_x \cdot L_y \cdot 6 \cdot s$$

Les dérivées du premier et second ordre de la distance,  $D$ , sont donc trouvées par l'insertion intégrale des limites pour  $z$  et  $u$ , c à d

$$\partial = H(x_2, y_2) - H(x_2, y_1) - H(x_1, y_2) + H(x_1, y_1)$$

où  $\partial$  dénote la valeur de chaque dérivée partielle, et les expressions pour  $H(z, u)$  sont comme listées ci-dessous:

$$\partial D / \partial X_E \quad : \quad H(z, u) = \frac{u \cdot s + z^2 \cdot \log(u + s)}{2 \cdot L_y}$$

$$\partial D / \partial Y_E \quad : \quad H(z, u) = \frac{z \cdot s + u^2 \cdot \log(z + s)}{2 \cdot L_x}$$

$$\partial^2 D / \partial X_E \partial X_E \quad : \quad H(z, u) = z \cdot \log(u + s) \cdot \frac{L_x}{L_y}$$

$$\partial^2 D / \partial Y_E \partial Y_E \quad : \quad H(z, u) = u \cdot \log(z + s) \cdot \frac{L_y}{L_x}$$

$$\partial^2 D / \partial X_E \partial Y_E \quad : \quad H(z, u) = s$$

$$\text{avec} \quad s = \sqrt{z^2 + u^2}$$

Les termes  $5 \cdot z$  et  $5 \cdot u$  devrait être annulés quand on insère les limites intégrées.

#### METHODE CATHETIQUE

Les dérivée partielles des distances (voir (2.8)) sont:

$$\partial D / \partial X_E = \begin{cases} L_x & \text{si } X_E \geq x_2 \\ -L_x & \text{si } X_E \leq x_1 \\ 2 \cdot D_x \cdot L_x & \text{si } D_x < 0.5 \quad (x_1 < X_E < x_2) \end{cases}$$

où  $D_x = X_E - x_2 + 0.5$

$$\partial D / \partial Y_E = \begin{cases} L_y & \text{si } Y_E \geq y_2 \\ -L_y & \text{si } Y_E \leq y_1 \\ 2 \cdot D_y \cdot L_y & \text{si } D_y < 0.5 \quad (y_1 < Y_E < y_2) \end{cases}$$

où  $D_y = Y_E - y_2 + 0.5$

## RESOLVANT LE SYSTEME D'EQUATIONS LINEAIRES

L'optimisation de l'emplacement des centres, voir chapitre 2.3, laisse au système d'équation linéaire à être résolu. Ce système a la forme

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot z_1 + a_{12} \cdot z_2 + \dots + a_{1n} \cdot z_n &= b_1 \\ a_{21} \cdot z_1 + a_{22} \cdot z_2 + \dots + a_{2n} \cdot z_n &= b_2 \\ a_{31} \cdot z_1 + a_{32} \cdot z_2 + \dots + a_{3n} \cdot z_n &= b_3 \\ &\vdots \\ a_{m1} \cdot z_1 + a_{m2} \cdot z_2 + \dots + a_{mn} \cdot z_n &= b_m \end{aligned}$$

M

où les coefficients  $a_{ij}$  correspondent à  $\partial^2 C / \partial X_i \partial X_j$  décrit dans le chap. 2.3,  $b_i$  correspond à  $\partial C / \partial X_i$ , et  $z_i$  correspond à  $\Delta X_i$  ou  $\Delta Y_i$

Les coefficients  $a_{ij}$  ont un particulier, et pour notre but, la propriété que les éléments de la diagonale et sous-diagonale sont considérablement grand que d'autres éléments dans les mêmes lignes ou colonnes. Cela vient naturellement du fait que d'autres éléments contiennent les dérivées, multipliées par les coûts, pour les routes entre centraux, alors que les éléments autour de la diagonale contiennent les termes correspondants à la connexion des abonnés aux centres.

Comme une relation entre ces termes est souvent d'amplitude 2 ou 3, la méthode de *Gauss-Seidel* avec *sur-relaxation* converge rapidement.

Cette méthode itérative va comme suit:

Etape 1 : Laisser tous les  $z_i = 0$

Etape 2 : Pour chaque équation,  $i$ , trouver la valeur améliorée de  $z_i$  à partir de

$$z_i(\text{nouveau}) = z_i(\text{ancien}) + D_i \cdot w$$

où

$$D_i = (b_i - S_i) / a_{ii}$$

$$S_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot z_j$$

et  $w$  est le facteur de relaxation, une valeur appropriée devrait être  $w = 1.2$

Les valeurs  $z_j$  contenues dans  $S_i$  sont à être prises comme

$$z_j(\text{nouveau}) \quad \text{pour } j = 1, 2, \dots, i-1$$

et

$$z_j(\text{ancien}) \quad \text{pour } j = i, i+1, \dots, n.$$

Etape 3 : Après avoir calculé tous les  $z_i(\text{nouveau})$  ainsi, on procède à l'étude des valeurs pour  $D_i$ . Si toutes ces valeurs sont inférieures à la valeur pré-définie, les fréquences sont déterminées. Sinon, la procédure est à répéter en Phase 2; on obtiendra des résultats après 4 à 5 itération, sinon, il y a une erreur dans le calcul des coefficients.

## REFERENCES

1. PLANITU, ITU NETWORK PLANNING PROGRAMS, VOL. I Basic Documentation, Preliminary Edition, June/1984.
2. ANDERBERG, FRIED, RUDBERG, Optimization of exchange locations and boundaries in local telephone networks, 5<sup>th</sup> International Teletraffic Congress, Stockholm 1973.
3. CCITT General Network Planning, ITU, Geneva 1983.