

**Mathématiques de l'argent**  
**et**  
**les études techniques économiques**  
  
édité par Mr. G.Moumoulidis (OTE)



**UNION INTERNATIONALE DES TELECOMMUNICATIONS**  
**INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION**  
**UNION INTERNACIONAL DE TELECOMUNICACIONES**





**Mathématiques de l'argent et  
les études techniques économiques**

**Sommaire**

1. Mathématiques de l'argent
  - 1.1 Introduction
  - 1.2 L'argent et le temps
  - 1.3 Diagrammes du Cash flow
  - 1.4 Dérivation et applications des facteurs de la valeur du temps
  - 1.5 Taux d'intérêt effectif et nominal
2. Techniques des études économiques
  - 2.1 Considérations générales
  - 2.2 Méthode de la valeur actuelle (PW)
  - 2.3 Valeur actuelle des dépenses
  - 2.4 Valeur actuelle des dépenses annuelles
  - 2.5 Méthode de l'annuité
3. Durée de vie
4. Facteur de la valeur actuelle
5. Références

## 1. Mathématiques de l'argent

### 1.1 Introduction

L'argent peut être utilisé pour gagner plus d'argent. L'argent peut être placé à la banque et peut rapporter davantage d'argent où il rapporte d'intérêt. Les mathématiques de l'argent sont basées sur le fait que tous l'argent est en activité et cependant a un rapport potentiel.

Ce rapport d'argent peut aussi être vu comme le coût d'utilisation d'argent. Le terme intérêt est fréquemment utilisé pour dénoter le taux du rapport d'argent.

L'argent rapporte parce qu'il travaille sur toute la période de temps. Avant que le retour actuel de l'investissement soit réalisé, le temps doit passer, cependant le concept entier du rapport de l'argent peut être du temps. L'analyste doit être capable d'appliquer ce concept quand il estime le coût de plusieurs scénarios pour accomplir le seul but d'affaire. Souvent les dépenses estimées pour les différents scénarios des plans doivent se faire en plusieurs quantités et plusieurs temps.

### 1.2 Temps et l'argent

Si le montant  $A$  est placé à la banque donnant un taux d'intérêt  $i$  par année, il croît à  $A(1+i)$  à la fin d'une année. Donc le montant  $A$  d'aujourd'hui est équivalent à  $A(1+i)$  dans une année avec un taux d'intérêt égal à  $i$ . Le dépôt initial et l'intérêt rapporté vont générer d'autre revenu, parce que l'intérêt est pris en compte. Cela veut dire que l'intérêt est ajouté au capital. Quand la 2<sup>ème</sup> année commence, le montant dans la banque est  $A(1+i)$  et il devait rapporter  $iA(1+i)$ . Le montant original  $A$  aura une valeur  $A(1+i)^2$ . Par conséquent en se basant sur le raisonnement ci-dessus, le coût d'utilisation d'argent est intimement lié au temps et ne peut pas être indépendant du temps.

### 1.3 Diagrammes du cash flow

Le diagramme du "cash flow" est simplement un ensemble de lignes verticales séparée et représentent les périodes de temps. Les lignes vers le haut souvent représentent le cash reçu et celles dirigées vers le bas représentent les dépenses. Prêter l'argent de la banque et la repayer en quatre versements peut être présenter dans la Figure 1.

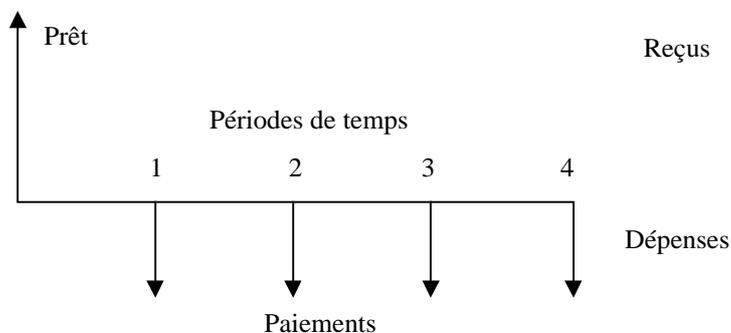


Figure 1

### 1.4 Application et dérivations des facteurs de la valeur temps

#### 1.4.1 La valeur future de quantité actuelle (F/P)

La valeur future d'une quantité actuelle est la somme à la fin d'une période spécifique de temps où cette quantité actuelle d'argent devra s'accumuler à un taux d'intérêt pour chaque période concernée. La valeur future de la quantité actuelle  $P$  peut être évaluée comme suit:

Valeur future à la fin de la première année

$$(F)_1 = p + p \cdot i = p(1+i)$$

Valeur future à la fin de la deuxième année

$$(F)_2 = p(1+i) + ip \cdot (1+i) = p(1+i)^2$$

Valeur future à la fin de la  $N$ -ième année

$$(F)_N = P(1+i)^N$$

La valeur du facteur temps  $(F/P)$ , le taux de la quantité future à la quantité actuelle est donc exprimé comme suit :

$$(F/P)_N^i = (1+i)^N \quad \mathbf{1}$$

Exemple 1:

Trouver la valeur future pour 100 unités monétaires (UM) à la fin de dix ans à partir d'aujourd'hui, à un taux d'intérêt de 10 %.

Solution:

On a

$$F = P \cdot (F/P)_{10}^{10\%} = P(1+0.1)^{10}$$

$$F = 100(1.1)^{10} = 259.4 \text{ MU}$$

#### 1.4.2 La valeur actuelle de la quantité future $(P/F)$

La valeur actuelle de la quantité future est la quantité d'argent au début d'une période spécifique de temps, à un taux d'intérêt donné. Dans la section précédente, on a trouvé que:

$$F = P(1+i)^N$$

qui devient

$$P = F / (1+i)^N = P(1+i)^{-N}$$

Le *facteur de la valeur temps* pour la valeur actuelle d'une quantité future est cependant exprimée comme suit:

$$(P/F)_N^{i\%} = 1 / (1+i)^N \quad \mathbf{2}$$

#### 1.4.3 La valeur future d'une annuité $(F/A)$

Une annuité  $A$  est simplement une série de paiements périodiques égaux pour un nombre spécifié de périodes. Pour les paiements du début de chaque période, on a le diagramme suivant (Figure 2):

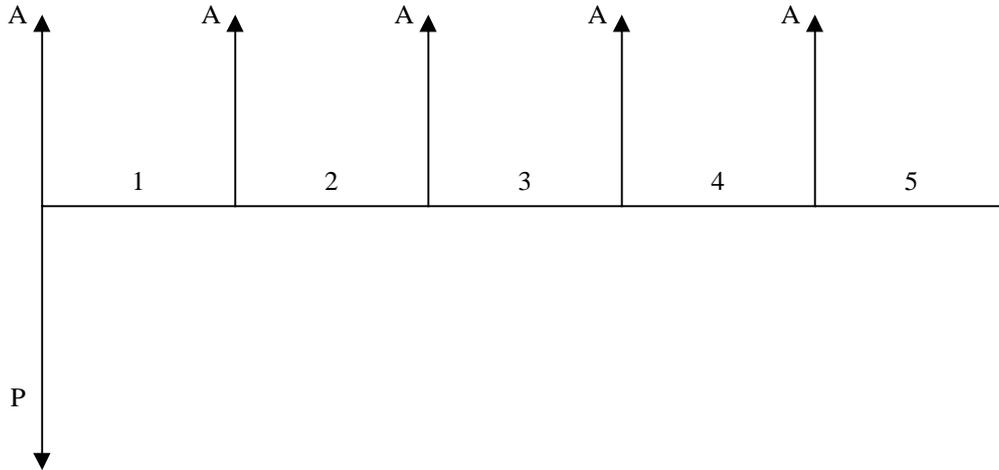


Figure 2

Les flèches  $A$  dirigées vers le haut représentent les paiements égaux et les flèches  $P$  dirigées vers le bas représentent la valeur actuelle de l'annuité (les séries des paiements périodiques égaux).

Un cas souvent utilisé est quand les paiements prennent place à la fin de la période. Dans la Figure 3, un diagramme de la fin de période d'annuité est montré :

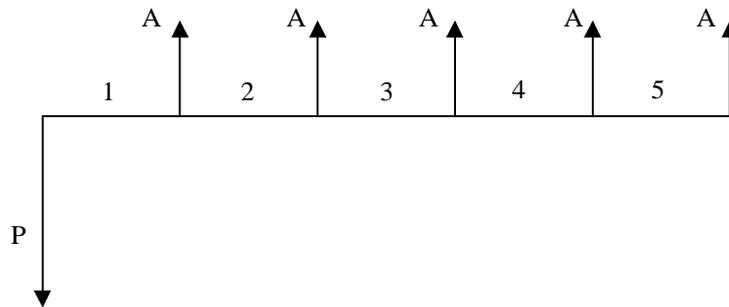


Figure 3

La valeur présente  $P$  pour une fin de période sur  $N$  années est donnée par :

$$P = A \cdot \frac{(1+i)^N - 1}{i(1+i)^N} \quad \mathbf{3}$$

Le vecteur valeur-temps pour la valeur actuelle d'une annuité est :

$$(P/A)_N^{i\%} = \frac{(1+i)^N - 1}{i(1+i)^N} \quad \mathbf{3 a}$$

Exemple 2:

Trouver la valeur actuelle pour une annuité de 100 UM à un taux d'intérêt de 8 %, à la fin de 10 ans.

Solution:

On a:

$$(P/A)_{10}^{8\%} = \frac{(1+0.08)^{10} - 1}{0.08(1+0.08)^{10}} = \frac{2.159 - 1}{0.08 \times 2.159} = 6.71$$

La valeur actuelle est :

$$P = A \times 6.71 = 100 \times 6.71 = 671 \text{ UM}$$

1.4.3.a L'annuité  $A$ , à partir de la quantité actuelle.

L'annuité  $A$ , à partir de la quantité actuelle, est la quantité actuelle qui peut être tracée pour un nombre spécifique de périodes. Si on résout (3) selon  $A$ , on a:

$$A = P \cdot \frac{i(1+i)}{(1+i)^n - 1} \quad \mathbf{4}$$

Cela donne l'annuité à partir de la quantité actuelle. Le facteur de la valeur temps est

$$(A/P)\% = \frac{i(1+i)}{(1+i)^n - 1} \quad \mathbf{4 a}$$

Exemple 3:

Déterminer l'annuité sur une période de dix ans qui est équivalente à une valeur actuelle a présent de 671 UM à un taux d'intérêt de 8 %.

Solution:

L'équation (4) est

$$A = 671 \cdot \frac{0.08(1+0.08)^{10}}{(1+0.08)^{10} - 1} = 671 \times 0.149 = 100 \text{ UM}$$

1.4.4 La valeur future d'une annuité ( $F/A$ )

La valeur future d'une annuité pour une période donnée de temps est la somme à la fin d'un temps spécifique de la valeur future de tous les paiements à un taux d'intérêt donné.

L'équation générale est:

$$F = A \cdot \frac{(1+i)^N - 1}{i} \quad \mathbf{5}$$

Le facteur valeur-temps pour une valeur future d'une annuité est alors exprimé comme suit:

$$(F/A)_N^{i\%} = \frac{(1+i)^N - 1}{i} \quad \mathbf{5 a}$$

Exemple 4:

Trouver la valeur future pour une annuité de 100 UM à un taux d'intérêt de 8 % à la fin de 10 ans

Solution:

Utilisons l'équation 5, on a:

$$F = A \cdot \frac{(1+i)^N - 1}{i} = 100 \cdot \frac{(1+0.08)^{10} - 1}{0.08} = 1448.6 \text{ UM}$$

L'annuité à partir de la quantité future ( $A/F$ ) est la quantité  $A$  qui, si elle reste aparté chaque année, sera accumulée à une somme inconnue à la fin d'une période de temps spécifique à un taux d'intérêt donné.

Résolvons l'équation (5) selon  $A$ , on a:

$$A = F \frac{i}{(1+i)^N - 1} \quad \mathbf{6}$$

qui donne l'annuité demandée.

Le facteur valeur - temps est alors comme suit:

$$(A/F)_N = \frac{i}{(1+i)^N - 1} \quad \mathbf{6 a}$$

### 1.5 Les taux d'intérêt effectifs et nominaux

Jusqu'ici, nous avons traité la dérivation de la formule de calcul périodique avec la fin des périodes de paiements. Cependant, le paiement n'arrive pas toujours annuellement et l'intérêt peut être composé de plusieurs intervalles différents.

Supposons une quantité  $A$  est composée chaque 6 mois à un taux nominal d'intérêt  $r$  per année. On calcule la valeur future de  $A$  UM à la fin de la première année.

A la fin de la première période de six mois, on a

$$A(1+r/2)$$

et à la fin de la deuxième période de six mois

$$A \cdot (1+r/2)^2$$

Si la quantité  $A$  est composée à quatre à la fin de la première année, on a:

$$A \cdot (1+r/4)^4$$

Eventuellement, si la composition arrive tous les  $M$  moment de l'année, à la fin de l'année on a:

$$A \cdot (1+r/M)^M$$

Le taux effectif  $i$  par période est associé avec le nominal à travers la relation:

$$(1+i) = (1+r/M)^M \quad \mathbf{7}$$

La relation (7) donne la conversion des taux.

#### Exemple 5:

Quel taux annuel effectif correspond au taux nominal de 8 % par année composé mensuellement?

#### Solution

On a ici  $r = 8\%$  et  $M = 12$ , et par conséquent:

$$1+i = \left(1 + \frac{0.08}{12}\right)^{12} = 1.083 \Rightarrow$$
$$i = 8.3\%$$

#### Exemple 6:

Si le taux effectif est 8 %, quelle est la sous composition nominale mensuelle?

Solution

Si on a  $i = 8 \%$  et  $M = 12$  résolvant (7) pour  $r$ , on a:

$$\begin{aligned}
(1+i) &= (1+r / M)^M \Rightarrow \\
1+0.08 &= (1+r / 12)^{12} \Rightarrow \\
\sqrt[12]{1.08} &= 1+r / 12 \Rightarrow \\
r &= 12[\sqrt[12]{1.08} - 1] = 0.0772 \Rightarrow \\
r &= 7.72\%
\end{aligned}$$

Si on laisse  $M$  croit vers l'infini, la relation (7) à la limite devient:

$$1+i = e^r \quad \mathbf{7a}$$

où  $r$  correspond au taux d'intérêt nominal pour la composition continue, et il est appelé force d'intérêt.

1.6 Applications de la composition continue

La composition continue est utilisée souvent dans les études de l'ingénierie économique. Cela facilite énormément l'opération. La somme des termes discrets sont alors convertis en intégrales qui sont déjà évaluées. Les termes  $(1+i)$  sont transformés à  $e$  et  $i$  ou  $r$ .

Le cash flow actuel sont continus généralement dans les administrations des télécommunications, les deux, mouvements vers l'intérieur des recettes et vers l'extérieur des dépenses..

La valeur actuelle de l'annuité illustrée dans la Figure 4 est évaluée par l'addition de la valeur actuelle de coût annuel individuel.

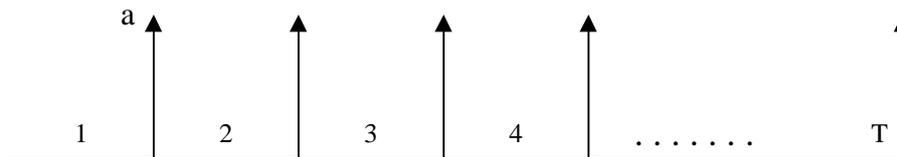


Figure 4

$$PW = \sum_{t=1}^T a(1+i)^{-t} \quad \mathbf{8}$$

Dans le cas d'une composition continue, les coûts discrets deviennent continus, comme illustré dans la Figure 5.

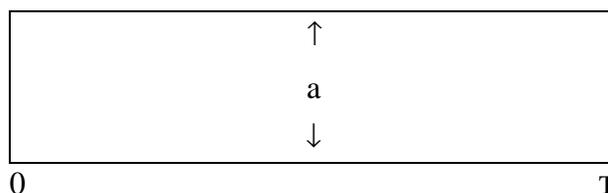


Figure 5

La valeur actuelle de l'annuité continue est donnée par:

$$PW = \int_0^T a \cdot e^{-rt} dt \quad \mathbf{9}$$

L'analogie entre les relations (8) et (9) est évidente. Si on inter-change la somme par l'intégrale et  $(1+i)^{-t}$  par  $e^{-rt}$ , la première formule est transformée à une autre.

La facilité avec laquelle un intégrale peut être évalué fourni de grands avantages de la formule (9) avec respect à (8). Quand le cash flow est une fonction de temps  $a = a(t)$ , intégrale (9) devient:

$$PW = \int_0^T a(t) \cdot e^{-rt} dt \quad \mathbf{10}$$

Ce cas est souvent encourager dans les systèmes de gain en paires (concentrateurs de ligne, canal individuel de transport, abonnés *PCM*, etc.) applications dans la boucle du matériel.

## 2. Techniques d'étude de l'économie

### 2.1 Considérations générales

Les méthodes de base des techniques d'étude de l'économie sont:

- 1) la méthode de la valeur actuelle
- 2) la méthode de l'annuité
- 3) la méthode du taux de retour

Le choix de la méthode à être utiliser pour certaines études est plutôt arbitraire et la facilité de calcul et la simplicité de présentation sont des facteurs qui devraient être toujours considérés quand on fait des décisions. Dans les problèmes d'optimisation de la planification des réseaux, la méthode la plus attrayante est celle de la technique de la valeur actuelle.

### 2.2 Méthode de la valeur actuelle (PW)

La méthode prépondérante dans les problèmes d'optimisation est la méthode de la valeur actuelle. Cette méthode se réfère à tous les événements économiques, les dépenses et les revenus, à un même point de temps et les exprime sous forme d'un sel chiffre. Quand on compare les différents scénarios qui donnent les mêmes revenus ou des économies de coût, il est efficace de sélectionner seulement le scénario qui a la valeur actuelle la plus basse de toutes les dépenses des charges annuelles. Il y a deux méthodes de la valeur actuelle:

- la valeur actuelle des dépenses (PWE) et
- la valeur actuelle du coût annuel (PWAC).

### 2.3 Valeur actuelle des dépenses (PWE)

La méthode de la valeur actuelle des dépenses (PWE) est une mesure de comment un scénario est attrayant du point de vue des dépenses et de combien une administration doit dépenser pour entreprendre chaque scénario.

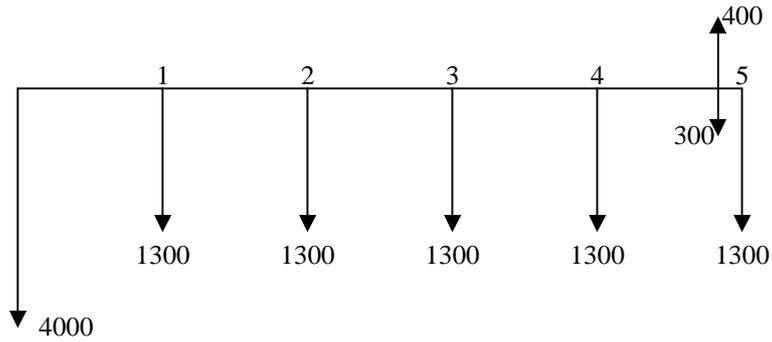
Par la recherche de PWE de chaque scénario, on sélectionne celui qui a la PWE la plus faible, sachant que chaque scénario donne le même service aux abonnés. La méthode de PWE ne demande aucune estimation des revenus; cependant, si une différence en matière de revenus est anticipée du fait de différence dans le service, alors ses revenus anticipés doivent être considérés dans le but de maintenir la comparaison.

#### Exemple 7

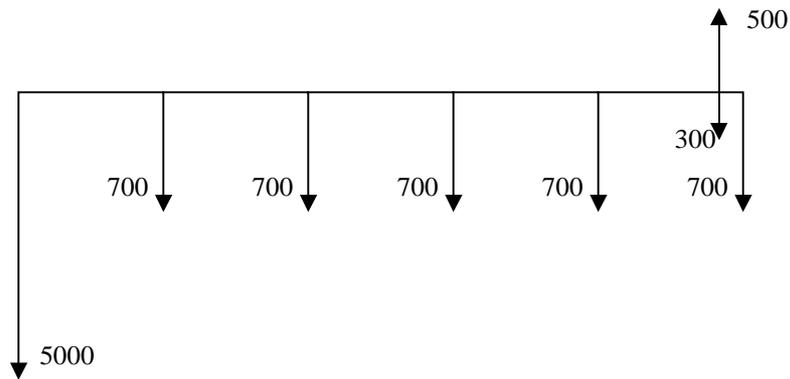
Supposons deux scénarios pour lesquels nous avons le tableau suivant:

Scénario	A	B
Premier coût	4000 um	5000 um
Sauvetage brut	400	500
Coût de suppression	300	300
Coût d'exploitation et de maintenance /année	1300	700
Durée de vie	5 ans	5 ans
Taux d'intérêt	10 %	

On veut chercher quel est le scénario le plus attrayant jusque les dépenses sont concernées. C'est très pratique d'organiser le diagramme des cash flow pour chaque scénario. Dans la Figure 5 (a, b), les cash flow sont illustrés.



Scénario A  
Figure 5-a



Scénario B  
Figure 5-b

La flèche de récupération est pointée vers le haut puisqu'il s'agit d'une réception.

Calculs du PWE:

*Scénario A:*

- PWE d'exploitation et de maintenance =

$$1300 \cdot \frac{(1+0.1)^5 - 1}{0.1 \cdot (1+0.1)^5} = 4928 \text{ UM}$$

- PWE de la récupération nette =

$$-(400 - 300)(P/F)_5^{10\%} = -100 / (1+0.1)^5 = -62 \text{ UM}$$

PWE du premier coût = 4000 UM

PWE totale = 4000 + 4928 - 62 = 8866 UM

*Scénario B:*

- PWE d'exploitation et de maintenance =

$$700 \cdot (P/A)_5^{10\%} = 700 \cdot \frac{(1+i)^N - 1}{i(1+i)^N} = 700 \cdot \frac{(1+0.1)^5 - 1}{0.1(1+0.1)^5} = 2654 \text{ UM}$$

- PWE de la récupération nette =

$$-(500 - 300)(P / F)_5^{10\%} = -124$$

- PWE du premier coût = 5000 UM

$$\text{PWE totale} = 5000 + 2654 - 124 = 7530 \text{ UM}$$

Comparant la PWE de chaque scénario, on choisit le scénario B puisqu'il a la PWE la plus faible.

#### 2.4 Valeur actuelle du coût annuel (PWAC)

La méthode de la valeur actuelle des coûts annuels (PWAC) est essentiellement la même que la méthode PWE, sauf que les coûts du capital sont convertis aux coûts annuels équivalents (AC) avant de trouver leur valeur. Les coûts d'exploitation devraient être traités comme espérer arriver. Dans certaines instances, les résultats de l'analyse du PWAC devraient être exactement les mêmes comme ceux de l'analyse du PWE parce que la valeur actuelle de l'annuité, qui est équivalente à une dépense, est la dépense elle-même. Cependant, si la valeur actuelle des coûts annuels sur une période égale à la durée de vie du matériel, la PWE égale la PWAC. Pour un certain nombre de scénarios exclusivement mutuels pour faire un travail spécifique, prenez comme le scénario le plus économique celui qui a la PWAC la plus faible au coût d'argent.

La PWAC est très populaire, la raison est qu'elle travaille avec des coûts annuels qui peuvent simplifier le traitement de la non-coïncidence du placement de l'équipement et de son retrait.

Plusieurs études ne sont pas déterminées. Parce que quelques équipements sont espérés durer plus longtemps dans un plan que dans un autre. La méthode de PWAC est plus avantageuse dans de telles études.

#### 2.5 La méthode de l'annuité

Avec cette méthode, les coûts du capital initial sont convertis aux coûts annuels équivalents. Les réceptions annuelles constantes et/ou les coûts d'exploitation sont alors soustraits et/ou ajoutés aux coûts du capital annuel. La valeur résiduelle est supposée égale à zéro.

L'application de la méthode de l'annuité est limitée par des suppositions et des conditions:

- Tout l'investissement doit être fait au même temps, au début de la période de calcul;
- Les dépenses d'exploitation et les réceptions devraient rester constantes durant la période de calcul;
- La valeur résiduelle est zéro.

Ces difficultés peuvent être évitées par l'utilisation de la méthode de la valeur actuelle. Pour chaque article d'équipement, les coûts totaux annuels sont déterminés et alors convertis à des valeurs actuelles.

#### Exemple 8

Considérons une route qui est expérimentée et sa capacité existante est épuisée. Tout de ces scénarios suivants peut être approprié:

- Placer un nouveau câble.
- Placer un ou plusieurs systèmes de gain en paires comme solution permanente, utilisant les paires existantes comme liaison.
- Placer un ou plusieurs systèmes de gain en paires, provisoirement, utilisant le câble existant comme liaisons. Quand ses systèmes s'échappent, il faut les supprimer et placer un nouveau câble.

Le premier scénario est la solution classique "tout câble". Le second scénario est la solution souvent appelée "un gain en paire permanent" puisque la solution de gain en paires n'est pas supprimée. Le dernier scénario est la solution appelée "un gain en paires temporaire" dans laquelle le câble de secours est différé, mais quand il est placé les

systèmes de gain en paires sont supprimés. Une étude complète de ce problème est plutôt difficile. On devrait seulement se contenter du troisième scénario dans sa forme simplifiée.

La charge totale annuelle pour placer un nouveau câble pour rencontrer la demande dans certains routes est  $3500 \text{ UM}$ . La charge totale annuelle pour installer un système de gain en paires est  $1200 \text{ UM/année}$ , mais chaque année on installe plus de systèmes de gain en paires et ce dans le but de satisfaire la demande. Le taux d'intérêt est pris égal à  $10 \%$ .

Le cash flow pour chaque cas est illustré dans la Figure 6 (a & b). La taille des flèches dans le cas (a) (câble enterré) est constant, qui signifie que l'investissement total a été réalisé au temps zéro. Dissemblable au câble enterré, les charges annuelles pour le scénario de gain en paire augmentent linéairement parce que du fait que chaque année un système de plus devrait être installé pour rencontrer la croissance de la demande (voir Figure 6).

Regardons comme le cash flow, on conclut facilement qu'un scénario est avantageux tant que les charges annuelles restent faibles que les autres.

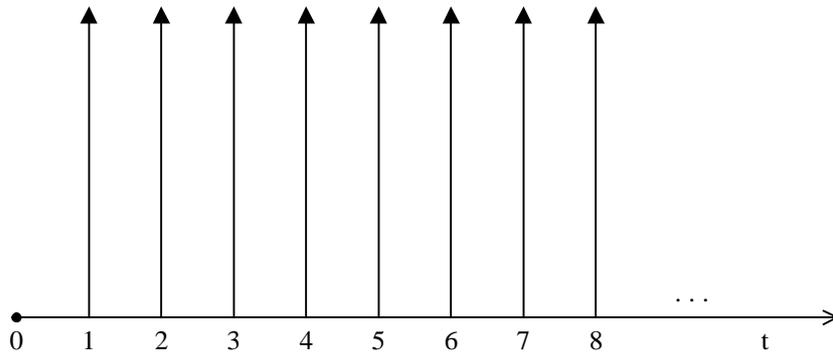


Figure 6 (a)  
Cash flow pour un câble enterré

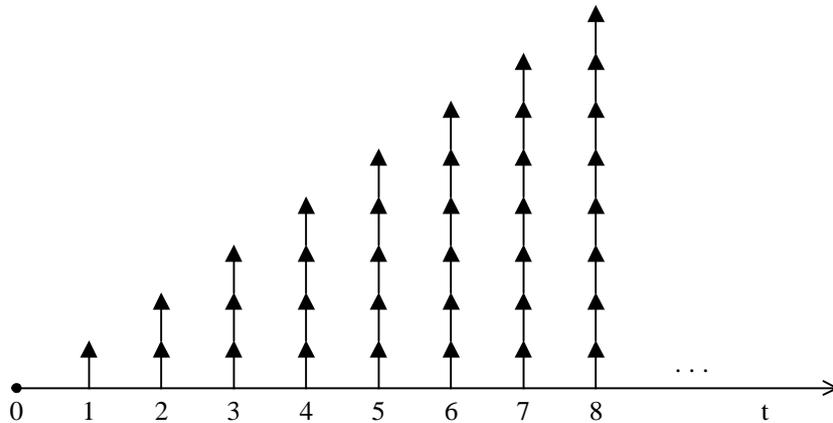


Figure 6 (b)  
Cash flow pour sgp

Le cash flow du câble enterré est constant sur le temps:

$$a_c = 3500 \text{ UM} / \text{année}$$

Alors que le scénario du système sgp, les charges annuelles sont une fonction linéaire du temps:

$$a_p = 1200 \cdot t$$

où  $t$  est le point de temps où la charge annuelle est considérée.

Le seuil de temps le plus rentable est déterminé quand on égalise les charges annuelles.

$$1200t = 3500 \Rightarrow t = 3500 / 1200 = 2.92 \approx 3 \text{ années}$$

En d'autre terme, on économise de l'argent si on diffère de trois années le placement du câble enterré par l'utilisation des systèmes de gain en paires pour cette période. La valeur actuelle des économies obtenues est :

$$PW \text{ des économies} = (3500 - 1200) / (1+i) + (3500 - 2400) / (1+i)^2 = 2091 + 909 = 3000 \text{ UM}$$

Malgré que le problème global est vu dans une forme simplifiée, son importance est d'une grande valeur. L'application appropriée des systèmes de gain en paires dans les routes, où les équipements existants sont complètement utilisés, peut différer le placement du câble enterré qui fait appel aux investissements initiaux considérables. Ces investissements, dans la plus part des cas, ne sont pas disponibles.

### 3. Durée de vie

Un paramètre important qui doit être considéré dans l'appareil économique est la *durée de vie* du matériel. La durée de vie est définie comme la période durant laquelle le matériel existe dans le réseau [1]. Quand on estime la durée de vie restante du matériel, les facteurs suivants devraient être considérés:

- l'âge physique du matériel;
- la vie économique du matériel (p.e. l'introduction d'une nouvelle technologie peut le rendre économique de remplacer le matériel existant);
- législation, exigences d'une bonne qualité de service, etc., qui nécessite le remplacement.

L'estimation de la durée de vie du matériel est toujours un processus de prévision, particulièrement où les prévisions de la technologie peuvent avoir une grande influence. La durée moyenne de vie, les coûts de maintenance et d'exploitation comme un pourcentage du coût de provision recommandé pour des buts de planification des réseaux sont listés dans le Tableau 2-1.

No.	Matériel	Durée de vie en années (Approximation)	Coût de Maintenance + l'exploitation comme un pourcentage du coût de provision
1	Poteaux	25	1,5
2	Câblage	15	1,5
3	Câbles aériens	10-20	2,0-5,0
4	Central téléphonique	20	5,0
5	Equipement de transmission	20	5,0
6	Equipement d'énergie	20	5,0
7	Câbles enterrés	40	1,0
8	Cabinets	20	1,5
9	Génie civile	60	1,0
10	Tunnels	70	1,0
11	Bâtiments	60	2,0-5,0

Table 2-1  
Durée moyenne de vie, coût de maintenance et d'exploitation

Ces chiffres donnent une orientation pour l'estimation de la durée de vie de l'équipement pour des études économiques qui devraient, cependant, être basées le plus que possible sur les circonstances applicables aux cas particuliers.

### 4. Facteur de la valeur actuelle

Quand on fait le calcul des coûts, il est convenable parfois d'exprimer les coûts totaux du plan en terme de ses coûts de provision par l'inclusion des additions appropriées pour couvrir les coûts de remplacement, maintenance et exploitation. Cela peut être achevé par multiplier les premiers coûts de provision par le facteur de la valeur actuelle qui suit:

$$\mu = 1 + \frac{1-s}{(1+i)^T - 1} + \frac{u}{i} \quad \mathbf{11}$$

où:

- T est la durée de vie du matériel  
s est la valeur résiduelle du matériel démonté (réduite par les coûts de démontage) en relation avec les coûts de provision  
u est les coûts d'exploitation et de maintenance en relation avec les coûts de provision  
i est le taux d'intérêt (exprimé en décimales).

Dans cette expression, le premier terme est proportionnel aux coûts de provision, le second aux coûts nets de remplacement (pour une période infinie de temps) et le troisième aux coûts de maintenance + exploitation (pour une période infinie de temps).

Dans la plus part des cas, la valeur restante du matériel démonté est souvent absorbée par les coûts de démontage, alors  $s = 0$ .

Supposons  $s = 0$ , le facteur de la valeur actuelle peut être écrit comme:

$$\mu = \frac{(1+i)^T}{(1+i)^T - 1} + \frac{u}{r} \quad \mathbf{11 a}$$

La charge annuelle du matériel peut être obtenue à partir des coûts de provision en les multipliant par le facteur de la valeur actuelle et par le taux d'intérêt  $i$ .

$$a = c \cdot \mu \cdot i$$

- c est le coût de provision  
a est la charge annuelle  
 $\mu$  est le facteur de la valeur actuelle  
i est le taux d'intérêt

Exemple 9:

Calculer le facteur de la valeur actuelle (pvf) pour:

A. Câble enterré:

- Durée de vie  $T = 40$  ans
- Valeur résiduelle est absorbée par les coûts de démontage  $s = 0$
- Les coûts annuels d'exploitation + maintenance = 2 %
- Taux d'intérêt = 10 %

On a pour (pvf):

$$\mu = 1 + \frac{1-s}{(1+i)^T - 1} + \frac{u}{i} = 1 + \frac{1-0}{(1+0.1)^{40} - 1} + \frac{0.02}{0.1} = 1.223$$

B. Système de transmission PCM

- Durée de vie  $T = 15$  ans
- Valeur résiduelle  $s = 0$
- Coûts annuels d'exploitation + maintenance = 5 %
- Taux d'intérêt = 10 %

On a:

$$\mu = 1 + \frac{1-0}{(1+0.1)^{15} - 1} + \frac{0.05}{0.1} = 1.815$$

Exemple 10:

On peut fournir des facilités aux abonnés, adoptant soit:

**Scénario A**

- Durée de vie T = 40 ans
- Coût de provision C = 2500 UM
- Coût de maintenance + exploitation u = 2 %
- Valeur résiduelle s = 0

ou

**Scénario B**

- Durée de vie T = 15 ans
- Coût de provision C = 1800 UM
- Coûts de maintenance + exploitation u = 5 %
- Valeur résiduelle s = 0
- Taux d'intérêt i = 10 %

On veut chercher lequel est le plus économique.

Le facteur de la valeur actuelle du scénario A

$$\mu_A = 1 + \frac{1}{(1+0.1)^{40} - 1} + \frac{0.02}{0.1} = 1.223$$

La valeur actuelle des dépenses du scénario A

$$PW_A = \mu_A \cdot c_A = 1.223 \cdot 2500 = 3057.5 \text{ UM}$$

Le facteur de la valeur actuelle du scénario B

$$\mu_B = 1 + \frac{1}{(1+0.1)^{15} - 1} + \frac{0.05}{0.1} = 1.815$$

La valeur actuelle des dépenses pour le scénario B

$$PW_B = \mu_B \cdot c_B = 1.815 \cdot 1800 = 3.267 \text{ UM}$$

Le scénario A est plus économique.

5. Références

1. Local network planning, ITU/CCITT
2. General network planning, ITU/CCITT
3. AT&T, Engineering Economy, 3rd Edition, Mc Graw Hill, 1977.