El Problema del Trayecto más Corto

Optimización de Sistemas de Transmisión

por G. Moumoulidis

UNION INTERNATIONALE DES TELECOMMUNICATIONS
INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION
UNION INTERNACIONAL DE TELECOMUNICACIONES

CONTENIDO

1. El problema del trayecto más corto

1.1 *Generalidades*

Un método que es muy efectivo para investigar el valor óptimo de una función, fue presentado por R. Bellman. Este método se empleó inicialmente para tratar problemas económicos, pero su validez es general y puede aplicarse en problemas de física y matemáticas. La base del método es el llamado "principio de optimización". Este principio es muy simple. Se emplea en problemas con carácter secuencial.

Un completo tratamiento matemático del método requiere un conocimiento importante de "la teoría de gráficos", lo cual creemos va mucho más allá del alcance de este curso. Todo el método se desarrollará usando varios ejemplos de telecomunicaciones donde este problema se encuentra con frecuencia.

1.2 *Descripción de algoritmo*

La disposición de una red de telecomunicaciones se muestra en la figura 20. Los nodos (vértices del gráfico) representan edificios de centrales o puntos de ramificación de la red. Los cursos del cable (ramales) son enlaces entre nodos.

Dadas las longitudes de los ramales, el problema consiste en determinar el "trayecto más corto" entre dos nodos cualesquiera. Este problema con frecuencia se aborda de otras maneras. En vez de trabajar con la longitud de los ramales del cable, a cada ramal se le puede asignar el costo del enlace; entonces el problema consistirá en determinar el costo mínimo de un circuito de empalme entre dos nodos.

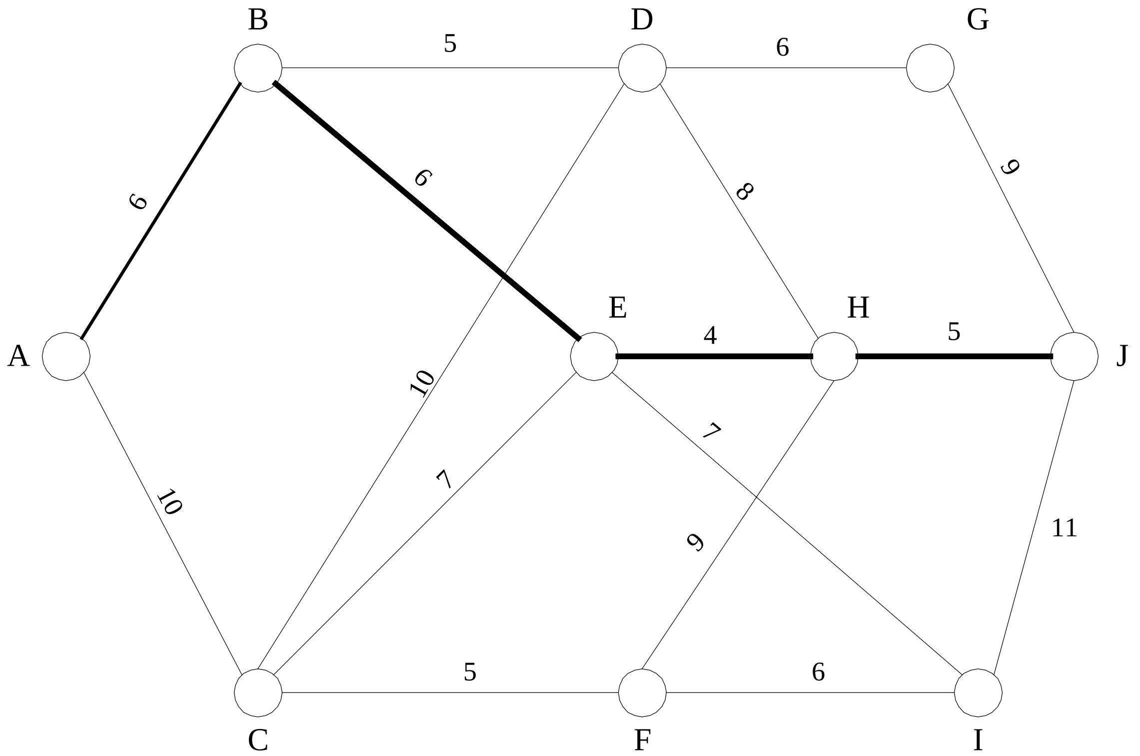


Figura 1

Este problema puede abordarse como un programa de matemática lineal, pero es más eficiente usar otros algoritmos. El método más simple se debe a Dantzig y el procedimiento es como sigue:

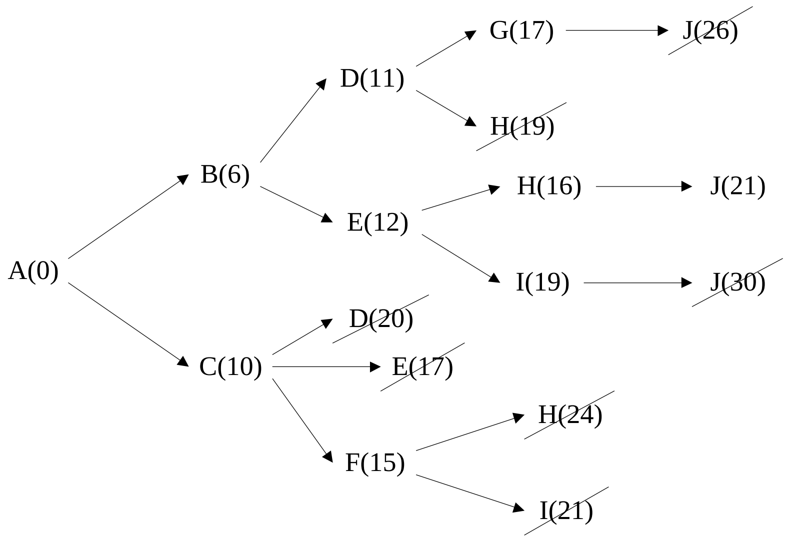
a) Rotular el nodo de origen como "O".

b) Examinar los nodos adyacentes y rotular cada uno con su distancia a la fuente.

c) Examinar los nodos adyacentes respecto a aquéllos ya rotulados. Cuando un nodo tiene enlaces con dos o más nodos rotulados, su distancia a cada nodo se suma a la marca de dicho nodo. Se escoge la menor suma y ésta se usa como rótulo del nuevo nodo.

d) Repetir *(C)* hasta alcanzar el nodo de destino (si se requiere la ruta más corta a un solo nodo) o hasta que todos los nodos estén rotulados (si se requieren las rutas más cortas a todos los nodos).

Tratemos de encontrar el trayecto más corto del nodo *"A"* al nodo *"J"* para la red de la Figura 1. En la Figura 2 se ilustran todos los pasos para determinar el camino más corto. Marcamos el nodo de origen *"A"* con 0.



Procedimiento del trayecto más corto
Figura 2

Los nodos adyacentes a *A* son *B* y *C*. Encontramos las distancias para esos nodos añadiendo el rótulo de *A* con la distancia de los nodos desde *A*. Así, obtenemos para *B* *0+ 6 = 6*, y para *C* *0+10 = 10*.

Estas cifras se usan como rótulos para *B* y *C* respectivamente. El próximo paso consiste en encontrar los nodos adyacentes a *B* y *C* y luego los rótulos de estos nodos. Para *B*, tenemos el nodo *D* con el rótulo *11 = (6+5)* y el nodo *E* con el rótulo *12 = (6+6)*. Para *C*, tenemos el nodo *D* con el rótulo *20 = (10+10)*. Pero el nodo *D* es también alcanzado a través de *B*. Ahora mantenemos la distancia más corta, la cual es *11*, vía *B* y eliminamos *D(20).* Continuamos este procedimiento hasta que los nodos restantes *(E, F)*, adyacentes a *C*, sean examinados. Mantenemos *F(15)* y eliminamos *F(17)*. Continuando de esta manera, detenemos el procedimiento cuando alcanzamos el examen del nodo(s) que nos interesa. En la Figura 2, el trayecto más corto de *A* hacia *J* se traza con línea gruesa.

Consideremos ahora todos los trayectos parciales contenidos en el trayecto de *A* hacia *J-(ABEHJ)*. Estos son: *(AB), (ABE), (ABEH), (BE), (BEH), (BEHJ), (EH), (EHJ), (HJ)*. Si examinamos estos trayectos parciales, podemos verificar que son trayectos óptimos. Por ejemplo, de *B* hacia *J*, el trayecto óptimo es *(BEHJ)*. Podemos cercióranos del hecho de que cada trayecto óptimo consiste de trayectos óptimos parciales.

3. **Referencias**

1. A. Kaufmann: "Méthodes et modèles de la recherche opérationnelle", Tomes 1 & 2, Dunod 1968.