Mediciones de Tráfico

(Soluciones de los ejercicios)

De TETRAPRO, editado por el Sr. H. Leijon, UIT

UNION INTERNATIONALE DES TELECOMMUNICATIONS
INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION
UNION INTERNACIONAL DE TELECOMUNICACIONES

EJERCICIOS Y SOLUCIONES - MEDICIONES DE TRAFICO

1. En el diagrama se muestra una parte del proceso de tráfico. Este se refiere a las ocupaciones de un grupo de disponibilidad total de seis circuitos, durante cinco minutos. Las líneas horizontales señalan la ocupación de los circuitos. La escala de tiempo es de 10 segundos sobre el eje de tiempo.

   - Marque en la línea de “sucesos” con ↑, cada vez que comience una nueva ocupación y con ↓, cada vez que termine una ocupación.

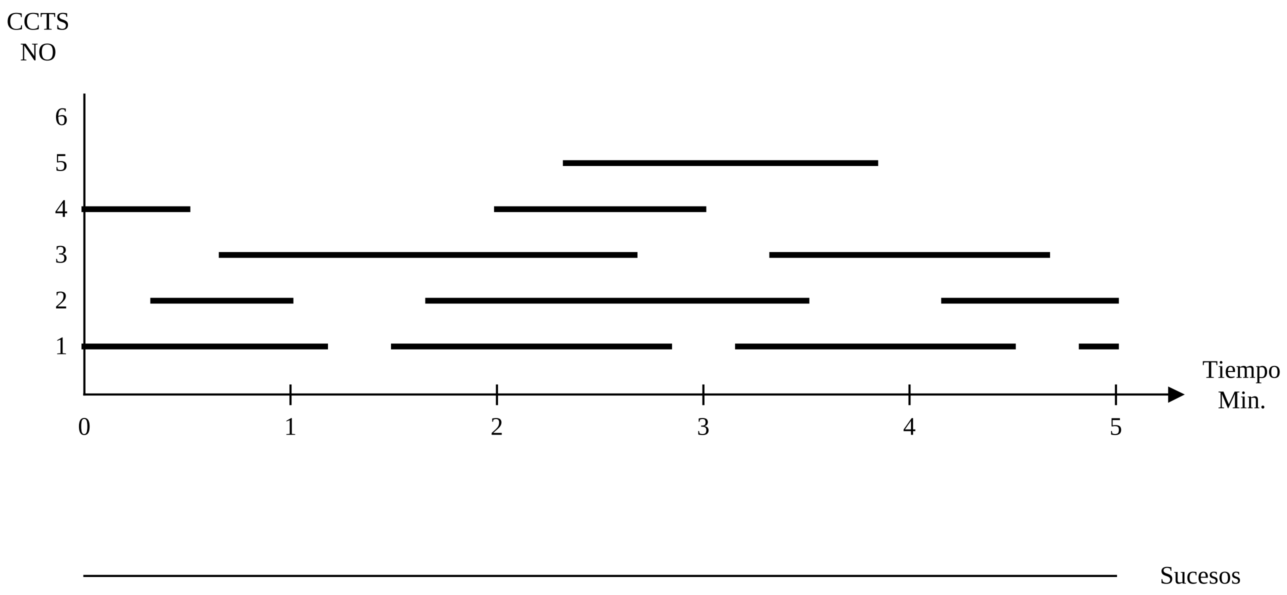
   - Cuántos sucesos hubo?

   - Llene el diagrama con el número de dispositivos ocupados para el período de cinco minutos.

   - Calcule el tráfico cursado en el período! (Pruebe distintas maneras!).

   - Asuma que el grupo es explorado cada 30 segundos, comenzando en t = 5 segundos. Cuál sería el tráfico como resultado de la exploración?

   - Cuál es el tiempo de ocupación promedio de aquellas ocupaciones que se han completado totalmente dentro del intervalo de cinco segundos?



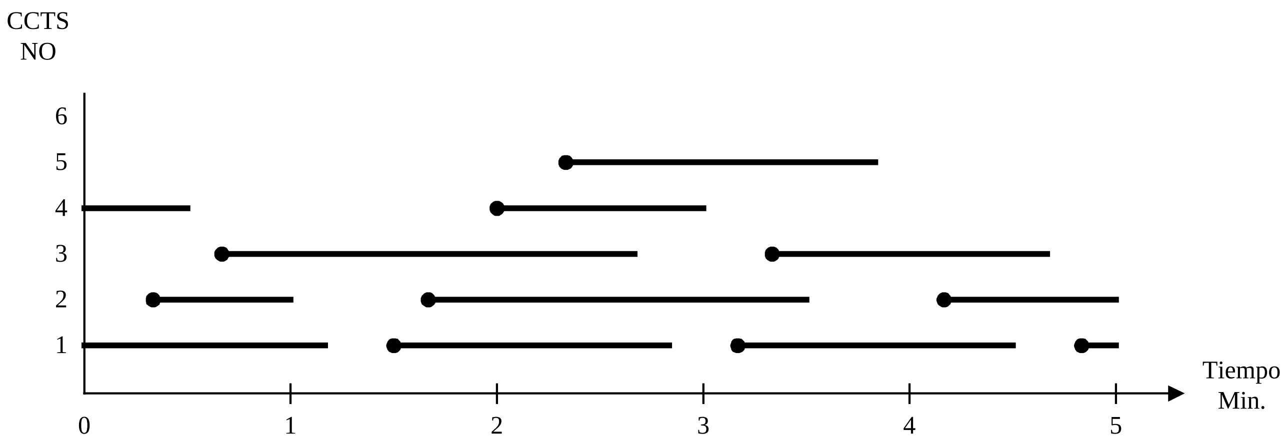
NUMERO DE CIRCUITOS OCUPADOS

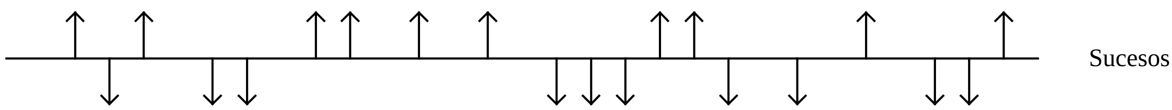
1. SOLUCION

<u>Sucesos</u> Los sucesos se marcan en el diagrama. En total, durante el intervalo de observación ocurren 10 llamadas y terminan 10 ocupaciones. Existen, por tanto, 20 sucesos en el período de 5 minutos.

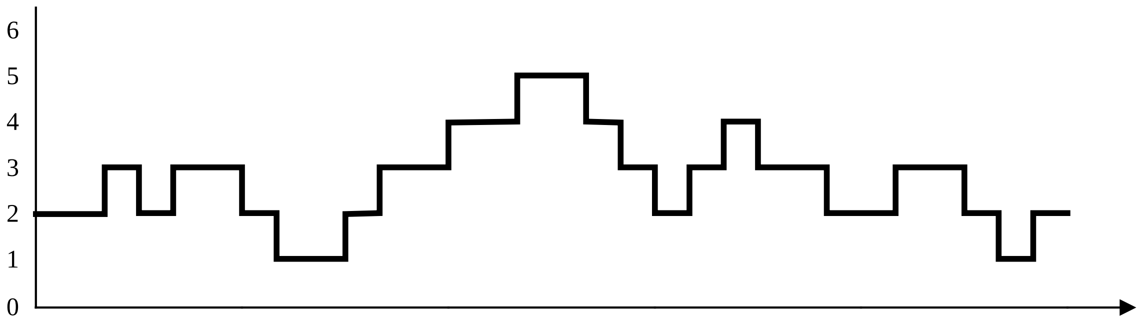
<u>Número de circuitos ocupados.</u> Observe el diagrama adjunto. Cada vez que ocurre una nueva llamada, la curva da un paso hacia arriba y con cada terminación, da una paso hacia abajo.

<u>Tráfico cursado.</u> Si sumamos el total de tiempos de ocupación y lo dividimos entre la duración del tiempo de observación, obtenemos el tráfico cursado. Tomando en cuenta que cada cuadrado es 10 segundos tenemos:





NUMERO DE CIRCUITOS OCUPADOS



Dispositivo	Tiempos de ocupación		
1	7 + 8 + 8 + 1	=	24 x 10 segundos
2	4 + 11 + 5	=	20 x 10 segundos
3	12 + 8	=	20 x 10 segundos
4	3 + 6	=	9 x 10 segundos
5	9	=	9 x 10 segundos
			82 x 10 segundos

$$A' = \frac{82 \cdot 10}{30 \cdot 10} = 2.73$$

AREA = 82 cuadrados - sobre 30 pasos

$$A' = \frac{82}{30} = 2.73$$

Exploraciones: $2 + 2 + 2 + 2 + 4 + 5 + 2 + 3 + 2 + 2 = 26$

10 exploraciones $A' = \frac{26}{10} = 2.6$

Circuito No.	Ocupaciones en 10 segundos	Total segundos
1	7 + 8 + 8 + 1	240
2	4 + 11 + 5	200
3	12 + 8	200
4	3 + 6	90
5	0	90
6	0	0
		820

Tiempo de observación: 5 x 60 = 300 segundos

Tráfico Cursado: 820/300 = 2.73 erlang

Otro método consiste en integrar el área en el diagrama para el número de dispositivos ocupados.

Este es, casi siempre, al menos dos circuitos ocupados. El área es entonces más de 30 x 2 = 60.

Area = 60 + 1 + 2 - 2 + 15 + 5 + 2 - 1 = 82

Tráfico Cursado = 82/30 = 2.73 erlang

Exploración.- Cuando se hace la exploración, los puntos del tiempo para el número de circuitos ocupados se marcan en el diagrama.

Resultado de la exploración: 2 + 2 + 2 + 2 + 4 + 5 + 2 + 3 + 2 + 2 = 26

Hicimos 10 exploraciones.

Número de promedio de circuitos ocupados por exploración = *tráfico cursado estimado* = 26/10 = =2.6 erlang.

<u>Tiempo promedio de espera.</u> El tiempo de ocupación total era 820 segundos. Tuvimos en total 12 ocupaciones. Hubo, sin embargo, dos ocupaciones salientes cuando comenzamos las observaciones. No sabemos su duración total. Hubo también dos ocupaciones no terminadas al final del período.
Para obtener un justo estimado del tiempo promedio de espera, tenemos que excluir estas cuatro ocupaciones y tomar el promedio de las 8 ocupaciones restantes.

El tiempo total para estas 8 ocupaciones fue:

$$820 - 70 - 30 - 10 - 50 = 660 \text{ segundos}$$

$$\text{entonces } \bar{h} = 660/8 = \underline{82.5} \text{ segundos}$$

Si hubiésemos incluido los cuatro tiempos de ocupación incompletos habríamos obtenido:

$$\bar{h} = 820/12 = \underline{68.3} \text{ segundos}$$

Si el período de observación hubiera sido más largo que cinco minutos, la diferencia sería menor.

2. Una medición especial durante una hora dio un estimado de la distribución del tráfico de un grupo de cinco dispositivos. El resultado fue como sigue:

No. de circuitos ocupados	0	1	2	3	4	5
Parte del tiempo	0.086	0.214	0.268	0.222	0.140	0.070

- Cuál fue el tráfico cursado?
- Cuál fue la congestión temporal si el grupo sólo tenía cinco circuitos?
- Cuál fue el tráfico ofrecido si podemos asumir que $B = E$?
- Cuántas llamadas serían rechazadas durante la hora, si asumimos que el tiempo promedio de ocupación es $\overline{h} = 100$ segundos?

2. SOLUCION

Calculamos el tráfico cursado de la fórmula

$$A' = \sum_{p=1}^{5} p[p]$$

la cual da

$$A = 0.214 \cdot 1 + 0.268 \cdot 2 + 0.222 \cdot 3 + 0.140 \cdot 4 + 0.070 \cdot 5 = 2.326$$

El tráfico cursado es: $A = \underline{2.326}\ erlang$

<u>Congestión de Tiempo</u> .- De acuerdo a la medición, todos los circuitos estaban ocupados 0.070 del tiempo, por tanto: E = 0.070

<u>Tráfico Ofrecido</u> .- Tenemos que encontrar el tráfico ofrecido, de la ecuación:

$$A(1 - E_5(A)) = 2.326 \quad or \quad A(1 - [5]) = 2.326$$

Después de algunos intentos, encontramos A = 2.500

<u>Número de llamadas rechazadas.-</u> Con el tiempo promedio de ocupación = 100 segundos, encontramos que debería haber:

$$y = \frac{A}{h} = \frac{2.5}{100}.3600 = 90$$

llamadas ofrecidas durante la hora. El número estimado de llamadas rechazadas es entonces:

$$y \cdot E = 90 \cdot 0.070 = \underline{6.3} \text{ llamadas}$$

3. El tráfico en un grupo de circuitos se midió explorando cada 30 segundos durante un período de dos horas. El contador se leía cada 30 minutos, sin reinicializarlo. El contador fue puesto en cero al comienzo de la medición.

- Determine la hora pico y el tráfico cursado durante esta hora! Cuál es el error estándar del tráfico ofrecido observado?. (El tiempo promedio de ocupación fue de dos minutos).

Tiempo	Lectura	Valor
9:30	1	172
10:00	2	434
10:30	3	622
11:00	4	848

3. SOLUCION

Los resultados de la exploración por cada media hora fueron:

Tiempo	Contador
9:00 - 9:30	172
9:30 - 10:00	262
10:00 - 10:30	188
10:30 - 11:00	226

La hora más alta es 9:30 - 10:30. Durante ese tiempo las exploraciones dieron 262 + 188 = 450. Se hace una exploración cada 30 segundos, de modo que habrá 120 exploraciones/hora. El tráfico cursado es entonces $A' = 450/120 = \underline{3.75}$ *erlang*.

<u>Error estándar</u> Usamos la fórmula (5.5)

$$\sigma^2 = \frac{A}{T} \cdot h \cdot \frac{e^{\lambda h} + 1}{e^{\lambda h} - 1}$$

para $A = 3.75$ $T = 1$ $h = 0.5/60$ $\lambda = 30$

y encontramos $\sigma^2 = 0.2513$ y $\sigma = 0.50$

El error estándar es $\sigma = 0.50$, entonces podemos escribir el resultado como $A' = 3.75 \pm 0.50$

4. En un grupo de disponibilidad total se hace una medición, mediante exploraciones de tres minutos para el período de 8 a.m. - 12: a.m., durante 10 días de trabajo. Para este grupo de circuitos, se encuentran los siguientes totales de 15 minutos (sumados para los 10 días):

340 400 430 440 500 480 470 450 450 435 400 380 365 350 310 340

Asumimos que éste es un sistema de pérdida Erlang y que los tiempos de ocupación son distribuidos exponencialmente con la media = dos minutos.

a. Encuentre la hora pico consistente.

b. Encuentre el valor esperado (media) del tráfico cursado durante la hora pico.

c. Encuentre la varianza del tráfico medido (intensidad) cuando este valor se obtiene por:
   i) exploración
   ii) observaciones continuas

d. Encuentre el intervalo de confianza de 95% de la intensidad de tráfico.

4. SOLUCION

a. La hora pico se determina al sumar cuatro resultados consecutivos de 15 minutos, escogiendo los cuatro valores más altos. En este caso 500 + 480 + 470 + 450 = 1900. Estos son los períodos, de 15 minutos, 5to. 6to. 7mo. y 8vo. y la hora pico es de 9:00 - 10:00 a.m.

b. La suma promedio para un día (una hora pico) es 1900/10 = 190. Este es el total de 60/3 = 20 exploraciones, por tanto, el resultado promedio por exploración es 190/20 = 9.50. El tráfico promedio para los 10 días es 9.50 erlang.

c. La varianza del tráfico medido <u>por exploraciones</u> puede calcularse de la fórmula:

$$\sigma^2 = \frac{A}{T} \cdot h \cdot \frac{e^{\lambda h} + 1}{e^{\lambda h} - 1}$$

donde A = 9.5

T = 10 horas

h = 3/60 horas (intervalo de exploración)

s = $1/\lambda$ = 2/60 horas (tiempo de ocupación promedio)

así $\lambda h = \frac{h}{s} = \frac{3}{2} = 1.5$

Entonces obtenemos $\sigma^2 = 0.0748$ $\sigma = \underline{0.273}$

Si hubiésemos medido $A' = 9.5$ Erlang mediante observación <u>continua</u>, la varianza se calcula de la fórmula

$$\sigma^2 = A \cdot E \cdot s/T$$

donde A $= 9.5$

E $= 2$ (distribución exp)

s $= 2/60$ horas

T $= 10$ *hours*

σ^2 $= 0.063$

σ $= \underline{0.251}$

d. Los intervalos de confianza del 95% se hallan multiplicando el error estándar por 1.96. Consecuentemente.

$8.96 < A < 10.04$ para exploración

$9.00 < A < 10.00$ para observaciones continuas

Comentario: El cálculo de los errores estándar se basa en el supuesto que cada una de las 10 observaciones diarias, son muestras de la misma población con la misma media. Esto generalmente no es cierto, ya que el tráfico varía. Por ejemplo, si los 10 valores se tomaron en dos semanas consecutivas, de lunes a viernes, sabemos que ciertos días de la semana tienen sistemáticamente tráfico más alto que otros. Por otro lado, si los 10 valores fueran obtenidos el mismo día de la semana durante 10 semanas consecutivas, sabemos que éste es un período suficientemente largo para apreciar las variaciones estacionales.

De aquí sigue que no hay porqué usar tanta matemática para determinar la exactitud de la medición.

5. El número de llamadas que llega a un grupo de dispositivos en un sistema telefónico se grabó en un contador. El contador se leyó cada tres minutos. Obtuvimos los siguientes valores durante la hora pico:

16 13 21 17 23 22 13 18 23 21 19 18 19 28 23 22 20 29 17

a. Calcule el valor medio (valor esperado) del número de llamadas entrantes cada dos minutos.

b. Calcule la varianza del número de llamadas entrantes cada dos minutos.

c. Estime el intervalo de confianza de 95% de la intensidad de llamada.

5. SOLUCION

a. Se suma el número total de llamadas durante la hora: 398 llamadas/hora. Consecuentemente, durante un período de dos minutos habría un promedio de 398/30 = 13.27 llamadas.

b. Si consideramos un período singular de dos minutos, podemos usar las estadísticas dadas por intervalos de tres minutos para estimar la varianza por intervalo de dos minutos. Otro método sería el de aplicar una distribución estadística apropiada.

Los 20 valores para los períodos de tres minutos dieron:

la media = 19.9 la varianza = 17.88

Asumiendo que el número de llamadas en un período de dos minutos está distribuida según Poisson, tenemos:

la media = 13.27 varianza = 13.27

Este es un límite superior para la varianza. Esta se reduciría un poco con más análisis estadístico

c. A los límites de 95% de confianza para los períodos de dos minutos, se llega multiplicando el error estándar por 1.96.

El error estándar es: $\sigma = \sqrt{13.27} = 3.64$

Por tanto, los límites de confianza de 95% para el número de llamadas por cada período de dos minutos es: $6.1 < y_2 < 20.4$

Esto significa que en uno de 20 casos, el número de llamadas por período de dos minutos puede caer fuera de este intervalo, sin contradecir nuestra hipótesis.

6. El número de llamadas cursadas por un grupo de circuitos se cuentan en intervalos de 10 minutos durante una hora y el tiempo promedio tiempo de ocupación es de 3 minutos. El número de llamadas en progreso simultáneamente era:

13, 10, 15, 10, 12

a. Encuentre el tráfico cursado.

b. Encuentre el número promedio de llamadas durante la hora.

c. Encuentre el número de llamadas durante un período de tres minutos.

d. Qué exactitud tiene la medición.

6. SOLUCION

a. El número promedio de ocupaciones es 72/6 = 12, entonces el tráfico cursado es *A' = 12*.

b. El número esperado de ocupaciones durante una hora es

$$y = A'/h = 12 \cdot 60/3 = 240$$

El número de llamadas ofrecidas al grupo puede ser mayor, ya que no conocemos la congestión.

c. El número de ocupaciones durante un período de tres minutos es 240/20 = 12 llamadas. Ahora, el número de llamadas por tiempo medio de ocupación es igual al valor del tráfico ofrecido en erlangs. Ya que no conocemos el tráfico ofrecido, no podemos estimar el número de llamadas ofrecidas al grupo por tiempo medio de espera. Puede ser más de 12.

d. Calculamos la exactitud aplicando la fórmula

$$\sigma^2 = \frac{A}{T} \cdot h \cdot \frac{e^{\lambda} + 1}{e^{\lambda} - 1}$$

con A = 12 T = 1 h = 10 minutos = 1/6 hora

s = 3 minutos $= 1/\lambda$ $\lambda h = h/s = 10/3$

$\sigma^2 = 2.15$ $\sigma = 1.47$

El intervalo de confianza de 95% es entonces $9.1 < A' < 14$.

7. En un grupo de disponibilidad total de 10 circuitos, se observó que la carga del último circuito era de 0.05 erlang durante una hora.

Cómo estima usted el tráfico ofrecido al grupo?

7. SOLUCION

Si asumimos distribución Erlang , la carga en el décimo circuito es:

$$a_{10} = A \cdot \left(E_9(A) - E_{10}(A) \right)$$

Así podemos probar diferentes valores de A, hasta que se cumpla con $a_{10} = 0.05$

A	a_{10}
4	0.0321
5	0.0954
4.5	0.0588
4.3	0.0469
4.35	0.0498

El tráfico ofrecido es casi 4.35 erlangs. El valor medido erlang es, sin embargo, un estimado pobre del tráfico, por lo que no podemos confiar en el valor anterior.

8. Una ruta de larga distancia entre dos ciudades grandes A y B, también se usa para el tránsito a otras seis ciudades más pequeñas. Si queremos encontrar la dispersión de las llamadas con 90% de certeza y 90% de intervalo de confianza, cuántas llamadas de A hacia B deben analizarse? La dispersión es aproximadamente como sigue:

Ciudad	% de llamadas
B	60
C	10
D	10
E	4
F	6
G	5
H	5

8. SOLUCION

La precisión de tal estadística de llamadas es menos satisfactoria para la proporción menor. La parte crítica, consecuentemente, son las llamadas a la ciudad E. Simbolizamos:

n = número total de observaciones en la ruta A B
x = número de llamadas a E
p = proporción desconocida de llamadas a E, luego,
p = x/n

La varianza v = p(1-p)/n desviación estándar $\sigma = \sqrt{v}$

Asumimos a priori que la proporción de 4% es correcta. Entonces, el intervalo de confianza del 90% es:

$$P\left\{-1.645 \cdot \sigma < x/n = p < +1.645 \cdot \sigma\right\} = 0.90$$

La longitud del intervalo de confianza es $2 \cdot 1.645 \cdot \sigma$

De acuerdo con los requerimientos establecidos, a este intervalo de confianza no se le permite exceder del 10% de 4% = 0.004. Entonces podemos entonces calcular n, si establecemos p = 0.04.

$$2 \cdot 1.645 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq 0.004$$

$$\sqrt{\frac{0.04 \cdot 0.96}{n}} \leq 0.001216$$

$$n \leq \frac{0.04 \cdot 0.96}{0.001216^2} = 25978$$

Consecuentemente, es necesario analizar 26,000 llamadas en la ruta AB para llegar a la precisión deseada en la ruta más corta.

Comentario Si la ruta AB porta 100 Erlang en la hora pico y el tiempo promedio de ocupación es de tres minutos, habrá 2000 llamadas por hora pico. Si el estudio se limita a las horas pico, las observaciones deben cubrir 13 horas pico. Si las observaciones se hacen en el transcurso de todo el día, podemos esperar casi 16,000 llamadas por 24 horas. Entonces, podrá ser suficiente con dos días de mediciones.

Puede, sin embargo, cuestionarse si la dispersión de llamadas es realmente la misma durante todo el día y para la hora pico. Diferentes categorías de abonados pueden usar la ruta. De acuerdo a las observaciones efectuadas durante 13 horas pico, uno puede preguntarse si los resultados serán o no influidos por variaciones estacionales. Sólo estudios extensivos pueden responder estas preguntas.

Lo que puede suceder en realidad es que la administración reduzca el número de llamadas a ser analizadas y acepte una precisión menor en las rutas más pequeñas. Puede tratar de obtener información complementaria para la ruta ABE en la central E.

9. Se conectó un medidor, con el fin de recibir un impulso cada seis segundos cuando un grupo estuviera completamente ocupado. Durante cierta hora el contador del medidor se incrementó de 2430 a 2439. Cuál fue la congestión de tiempo?

9. SOLUCION

El medidor indica que todos los circuitos estuvieron ocupados durante 9 x 6 = 54 segundos. La congestión de tiempo fue, por tanto,

$$\mathrm{E} = \frac{54}{3600} = 0.015$$

Para estimar la precisión de este valor, debemos conocer el tráfico, el número de circuitos y el tiempo promedio de ocupación del grupo.

10. Un grupo de 40 circuitos se conecta a un medidor Ah. Las resistencias usadas son 100 k -ohm y el voltaje es de 50v. Cuántos circuitos están ocupados si la corriente hacia el medidor Ah es 10 mA? Qué error se introduce si el voltaje sube a 52 v?

10. SOLUCION

La corriente por circuito es

$$I = \frac{50}{100000} = 0.005A = 0.5mA$$

Si la corriente resultante es 10mA, evidentemente hay 10/0.5 = 20 circuitos ocupados.

Si el voltaje es 52 V, entonces la corriente por dispositivo es 0.52 mA. El valor 10 mA, entonces, corresponde a 10/0.52 = 19.23, lo cual significa que subestimaremos el tráfico si el medidor se calibra para 50v.

11. Durante una hora se hicieron tres tipos de mediciones sobre un grupo de circuitos.

a. Cada 36 segundos (comenzando en t = o) se explora el número de ocupaciones y se añaden al contador A.

b. Cada 2 segundos (comenzando en t = o) se explora el grupo. Si todos los dispositivos están ocupados, el contador B se mueve un paso.

c. El número de llamadas se registra en el contador C. Las lecturas son:

Contador	A:	1500
Contador	B:	54
Contador	C:	500

Estime el tráfico cursado, el tiempo promedio de ocupación y la congestión de tiempo!

11. SOLUCION

La exploración se ejecuta cada 36 segundos. Consecuentemente, hay 100 exploraciones/hora. El tráfico cursado es:

A' = 15.00

El grupo tuvo 500 ocupaciones, entonces el tiempo promedio de ocupación es:

$$h = \frac{A}{y} = \frac{15}{500} \cdot 3600 = 108 \text{ segundos}$$

Cada dos segundos, el contador B revisa si el grupo está completamente ocupado. El tiempo de congestión es $54 \times 2 = 108$ segundos y la congestión de tiempo E = 108/3600 = 0.03.

12. En el país Ut-O-Pía, la administración de telecomunicación decidió aplicar la recomendación CCITT E 500 para mediciones en relaciones automáticas internacionales. Ellos la aplicaron en una ruta nacional de larga distancia (STD). Durante un año se registró el tráfico de hora pico cada día de trabajo normal. Encuentre cuántos circuitos serían requeridos si se aplicaran los estándares de grado de servicio de la CCITT (ahora UIT-T).

Los registros del año fueron los siguientes, después de descartar los registros dudosos y errados:

Enero:	33	37	43	48	46	33	38	30	40	45	
Febrero:	43	49	43	45	38	39	53	49	50		
Marzo:	51	42	56	46	59	45	55	52	45	40	
Abril:	48	49	60	64	47	60	63	57	53	53	51
Mayo:	60	51	66	56	66	65	57	63			
Junio:	55	58	54	48	55	59	44	45	40	55	
Julio:	39	26	38	30	25	31	43				
Agosto:	21	28	35	28	27	35	32	26			
Septiembre:		42	36	41	45	44	48	46	36	52	51
Octubre:	48	54	59	50	45	53	64	61	53		
Noviembre:		57	60	64	52	56	56	56	66	60	59
Diciembre:		68	58	73	62	61	66	63	61	69	70

Encuentre los 30 y 5 valores más altos durante el año y estime cuántos circuitos se requerirían:

12. SOLUCION

Hay 112 valores dados en la tabla, de los cuales sólo interesan los 30 más altos.

- Subraye el valor más alto para cada mes.
- Subraye todos los valores $\geq$ 60: Hay 24
- Subraye todos los valores $\geq$ 57: Hay 33
- Cuente cuántos valores son = 57: Hay 2
- Excluya un valor = 58 y quedan 30.
- Sume el resto: La suma es 1887 y.. $A_{30} = 62.9$
- Indique los valores. $\geq$68: Ellos son 68, 73, 69, 70
- Busque un valor = 67 ó 66: Ellos son 66, 66, 66
- La suma de los más altos es = 346 y $\overline{A}_5$ = 69.2

Enero:	33	37	43	48	46	33	38	30	40	45	
Febrero	43	49	43	45	38	39	53	49	50		
Marzo	51	42	56	46	59	45	55	52	45	40	
Abril:	48	49	60	64	47	60	63	57	53	53	51
Mayo:	60	51	66	56	66	65	57	63			
Junio:	55	58	54	48	55	59	44	45	40	55	
Julio:	39	26	38	30	25	31	43				
Agosto:	21	28	35	28	27	35	32	26			
Septiembre:	42	36	41	45	44	48	46	36	52	51	
Octubre:	48	54	59	50	45	53	64	61	53		
Noviembre:	57	60	64	52	56	56	56	66	60	59	
Diciembre:	68	58	73	62	61	66	63	61	69	70	

La condición E_{30} requiere n = 78 circuitos, mientras la condición E_5 requiere sólo n = 72 circuitos, lo que lleva a la suposición de que la congestión es alta para el valor más alto, ya que sólo se mide el tráfico cursado.

Sin embargo, si tomamos en cuenta que tratamos con tráfico cursado, nuestro estimado para el tráfico ofrecido debería ser:

$$A_{30} = \overline{A}_{30} \big/ (1 - 0.01) = 63.54 \qquad \text{obtenemos } n = 79$$

$$A_5 = \overline{A}_5 \big/ (1 - 0.07) = 74.41 \qquad \text{obtenemos } n = 77$$

Por tanto, la ruta debería haber tenido 79 circuitos.

Nota De las estadísticas observamos que ciertos meses tienen tráfico muy bajo. El valor más alto para cada mes es:

Enero:	48	Julio:	39
Febrero:	53	Agosto:	35
Marzo:	59	Setiembre:	52
Abril:	64	Octubre:	64
Mayo:	66	Noviembre:	66
Junio:	59	Diciembre:	73

Los meses más bajos son julio y agosto y el más alto es diciembre. Esto refleja cierto patrón de variación estacional. También es posible que la tendencia general de incremento con el tiempo esté incluida en los valores.

13. Considere de nuevo los datos de tráfico dados en el ejercicio No. 3, en Bcx/2.3, el cual provee 3 x 12 valores mensuales de tráfico. Asumimos que los valores individuales en la tabla son los resultados de mediciones mensuales, realizadas en base a una rutina definida.

- Discuta qué rutina de medición mensual debería aplicarse para obtener cifras representativas para pronósticos.
- Qué datos serían más apropiados para el planificador si él fuese a prever anticipadamente el tráfico de cinco años?.

<u>TRAFICO TOTAL DE ORIGEN</u>

MES	1979	1980	1981
Enero:	38.6	39.4	45.6
Febrero:	37.9	43.7	46.2
Marzo:	42.1	48.7	47.2
Abril:	40.6	43.8	46.2
Mayo:	40.1	40.2	45.6
Junio:	38.1	42.6	48.5
Julio:	37.7	41.1	44.4
Agosto:	39.9	44.2	47.4
Septiembre:	40.4	41.0	49.1
Octubre:	40.7	43.8	48.7
Noviembre:	40.8	41.8	45.0
Diciembre:	42.2	49.5	49.5

13. SOLUCION

Los valores de tráfico dados en la tabla, se obtienen conforme a una rutina de medición dada. Los registros, entonces, han sido tomado en base a una rutina definida. Podemos por tanto entender, que las cifras mensuales son el resultado de más de una medición de hora pico por mes.

Una práctica muy común es medir la hora pico de una semana por mes y tomar el promedio de estos registros como valor representativo del mes. Esto es aceptable si se escoge la semana más alta y los valores individuales de tráfico no varían mucho. Esta es una práctica en la que existe el riesgo de que los valores más altos del mes no se distingan en el valor mensual de tráfico presentado.

La proyección se hace a fin de evitar congestión muy alta con mucha frecuencia. El planificador está, por tanto, interesado en los valores más altos de tráfico que ocurren cada año. En consecuencia, no le es muy útil esconder esos valores en promedios. Es mejor para él tener una lista de los 10 - 20 valores de tráfico más altos observados durante el año. Esta lista sería complementada con la congestión observada, etc. en estas ocasiones Esto define una práctica de medición fiable!

Podemos analizar las cifras dadas para encontrar cuáles pueden ser la más útiles para el planificador:

Si se suman las filas y las columnas de la tabla, obtenemos el siguiente resultado.

MES	1979	1980	1981	TOTAL
Enero	38.6	39.4	45.6	123.6
Febrero:	37.9	43.7	46.2	127.8
Marzo:	42.1	48.7	47.2	138.0
Abril:	40.6	43.8	46.2	130.6
Mayo:	40.1	40.2	45.6	125.9
Junio:	38.1	42.6	48.5	129.2
Julio:	37.7	41.1	44.4	123.2
Agosto:	39.9	44.2	47.4	131.5
Septiembre:	40.4	41.0	49.1	130.5
Octubre:	40.7	43.8	48.7	133.2
Noviembre:	42.8	41.8	45.0	127.6
Diciembre	42.2	49.5	49.5	141.2
TOTALES	479.1	519.8	563.4	1562.3
		1.085	1.084	

La suma de todos los valores mensuales de cada año, muestra que su suma o promedio aumenta progresivamente anualmente; 8.5 y 8.4% por año. También vemos que los valores de diciembre son los más altos del año y que otros ciertos meses parecen dar casi siempre valores bajos.

Esto se confirma aún más si calculamos la relación entre cada valor y su media anual:

MES	1979	1980	1981	PROMEDIO
Enero:	0.967	0.910	0.971	0.949
Febrero:	0.949	1.009	0.984	0.981
Marzo:	1.055	1.124	1.005	1.061
Abril:	1.017	1.011	0.984	1.004
Mayo:	1.004	0.928	0.971	0.968
Junio:	0.954	0.984	1.033	0.990
Julio:	0.994	0.749	0.946	0.946
Agosto:	0.999	1.020	1.010	1.010
Setiembre:	1.012	0.947	1.046	1.001
Octubre:	1.019	1.011	1.037	1.023
Noviembre:	1.022	0.965	0.959	0.982
Diciembre:	1.057	1.143	1.054	1.085

Es evidente que las mediciones en ciertos meses son casi siempre más bajas que en otros, al menos en los valores mensuales presentados aquí! Pueden ser promedios de un número de mediciones. En un promedio de mes bajo, como julio, pueden esconderse algunos valores altos inusuales.

Concluimos que los valores de diciembre son los más interesantes para encontrar los valores más altos durante el año. Estos valores deberían, por tanto, darse al planificador, si los registros individuales de hora pico no estuviesen disponibles.

Ahora asumimos que estamos al comienzo de 1982. Sabemos que el planificador va a proyectar el tráfico hasta 1987. Más aún, sabemos que tres años de material histórico es muy pobre para basar un pronóstico de cinco años. (Pero es suficiente para diciembre de 1983). Deberíamos, por tanto, tratar de encontrar los registros de años anteriores, 1978, 1977, etc.

En lo concerniente al incremento anual, vemos que el tráfico medio aumenta cada año de 8.4 a 8.5%. Como coincidencia, encontramos que los valores de diciembre desde 1979 a 1981 también se incrementaron en 8.3%, si hacemos caso omiso al valor de 1980. Por tanto, es probable que el planificador estime tal incremento en su proyección.

<u>OBSERVACION:</u> Los datos aquí presentados son un ejemplo típico del tipo de datos dados a los planificadores. Antes de llevar a cabo la medición para tomar los registros con propósitos de pronóstico, es recomendable discutir el problema con el planificador.

14. En el país vecino de Teleria se hicieron mediciones en ocho rutas, tal como se muestra en la tabla de abajo. Revise los registros e indique si alguno de los datos es erróneo.

Observaciones sobre algunos grupos troncales de Teleria

18 de agosto 1980; 9:30 - 10:30

Grupo troncal	No. de circuitos	Tráfico observado Erlangs	Congestión observada %	No. de ocupaciones	Reclamos	Otras observaciones
1	18	10.51	1.8	300	Ning.	
2	24	12.03	12	827	Sí	Trabajo de instal. en ejec.
3	36	24.5	6.8	503	Ning.	
4	10	11.52	10.5	27	Ning.	
5	20	18.6	31.5	1865		
6	16	5.0	0	148	Ning.	
7	75	68.0	4	2101	Sí	
8	75	60.0	2.1	1487	Ning.	Tasa de llamadas completadas baja

14. SOLUCION

Antes de aceptar los registros como correctos, podemos hacer algunas verificaciones. Son verificaciones sencillas:

- Es $A' < n$?
- Son los tiempos promedios de ocupación creíbles?
- Coincide la congestión medida con el valor teórico esperado?

a. Tráfico cursado registrado, comparado con el número de circuitos. La ruta número 4 tiene $A' = 11{,}52$ erlang en $n = 10$ circuitos, lo cual es imposible. Este registro no es correcto. En todos los otros casos $A' < n$.

b. El cálculo de los tiempos promedio de ocupación da los siguientes resultados:

Ruta	h	Credibility
1	126 seg.	OK
2	52	?
3	175	OK
4	1536	NO
5	36	?
6	122	OK
7	117	OK
8	145	OK

Excepto la ruta número 4, los tiempos de ocupación para las rutas números 2 y 5 son excepcionalmente bajos, lo cual puede significar que hay algún error en los registros o averías técnicas en la ruta.

c. Calculamos el valor teórico de la congestión y lo comparamos con las pérdidas registradas. Asumimos que todas las rutas son grupos de disponibilidad total y aplicamos la primera fórmula de Erlang. Para hacerlo, debemos encontrar el tráfico ofrecido desde el tráfico cursado observado y el número específico de circuitos. Calculamos también el número esperado de llamadas perdidas y su intervalo de confianza de 95% y lo comparamos con el número observado. Asumimos que el número de llamadas rechazadas, x, es de distribución poissoniana, con el error estándar $= \sqrt{x}$. El intervalo de confianza es entonces:

$$\left(x - 1.96 \cdot \sqrt{x},\ x + 1.96 \cdot \sqrt{x}\right)$$

se calcula x para el número específico de ocupaciones siendo y el número de llamadas perdidas.

$$x = (y + x) \cdot E_n(A) \qquad\qquad x = \frac{y \cdot E_n(A)}{1 - E_n(A)}$$

Route	n	A'	A	$E_n(A)$	x	x_{min}-x_{max}	x_{OBS}	Coment.
1	18	10.51	10.63	0.0115	3.49	0 - 7.2	5.5	OK
2	24	12.03	12.04	0.0008	0.68	0 - 2.3	113	? - NO
3	36	25.50	24.76	0.0069	3.49	0 - 7.2	37	? - NO
5	20	18.60	30.03	0.3806	1146	1080 - 1212	858	? - ?
6	16	5.00	5.00	0.00005	0.007	0 - 0.2	0	OK
7	75	68.00	73.65	0.0767	175	149 - 200	88	? - NO
8	75	60.00	60.00	0.0096	14.5	7.0 - 22.0	32	? - ?

Ahora podemos resumir el resultado de las tres verificaciones hechas:

Ruta	A' < n	h ?	E	Conclusión
1	OK	OK	OK	OK
2	OK	?	NO	NO
3	OK	OK	NO	NO
4	NO	NO	--	NO
5	OK	?	?	NO
6	OK	OK	OK	OK
7	OK	OK	NO	NO
8	OK	OK	?	NO

En consecuencia, los registros de las rutas números 1 y 6 parecen ser correctos; todos los otros registros son dudosos. Si regresamos a la tabla dada, vemos que realmente hubo quejas en las rutas 2 y 7. También está anotado en la tabla que la tasa de compleción era baja en la ruta número 8. Entonces, para esas tres rutas se esperaba que pudiera haber algo incorrecto. De nuestras comprobaciones obtuvimos además, que los registros de las rutas 3, 4 y 5 no eran correctos.

Epílogo La verificación de los registros de tráfico ocasionaron que la administración empezara con la búsqueda de averías. Luego de limpiar las rutas de perturbaciones, el tráfico se sirvió sin quejas durante algún tiempo.

15. Un jueves, durante la hora pico, ocurrieron seis “errores” en una central. Se consideró que era demasiado, así que el miércoles se hicieron ciertos ajustes. El jueves siguiente, durante la hora pico, ocurrieron dos “errores”. Asuma que el tráfico ofrecido a la central en ambas horas pico es la misma y que la ocurrencia de error puede describirse por un proceso poissoniano.

a. Es esta reducción en el número de “errores”, evidencia una fiabilidad mejorada del sistema?

b. La misma pregunta, si el número de errores fuese 22 antes y 9 después de los ajustes.

15. SOLUCION

a. $x_1 = 6$ $\qquad$ $x_2 = 2$

Aplicamos la hipótesis de que ambos resultados provienen de la misma distribución poissoniana, con la misma media.

Podemos calcular la probabilidad de que una desviación todavía más grande, pueda ocurrir los mismos (ambos) días, de la fórmula:

$$P(>) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 2 \cdot \sum_{v1=0}^{x_2} \binom{x}{v_1}$$

donde $x = x_1 + x_2$ $\qquad$ $x_1 = 6$ $\qquad$ $x_2 = 2$

Entonces obtenemos: $\quad P(>) = (1/2)^8 \cdot 2 \cdot (1 + 8 + 28) = 0.289$

No tenemos, por tanto, motivación estadística de que haya ocurrido una mejoría. Deben tomarse más estadísticas.

b. $x_1 = 22$ $\qquad$ $x_2 = 9$

Los números son tan grandes que nos atrevemos a considerar la variable:

$$u = \frac{x_1 - x_2 - 1}{\sqrt{x_1 + x_2}} \qquad (x_1 > x_2)$$

como normalmente distribuida (0, 1). Encontramos u = 2.16

lo cual significa que es una desviación bastante grande de la media = 0. Para u = 1.96, tenemos 5% de probabilidad de una desviación mayor. En este caso, podemos concluir que ocurrió una mejora.