Mesures de trafic

(Solutions des exercices)

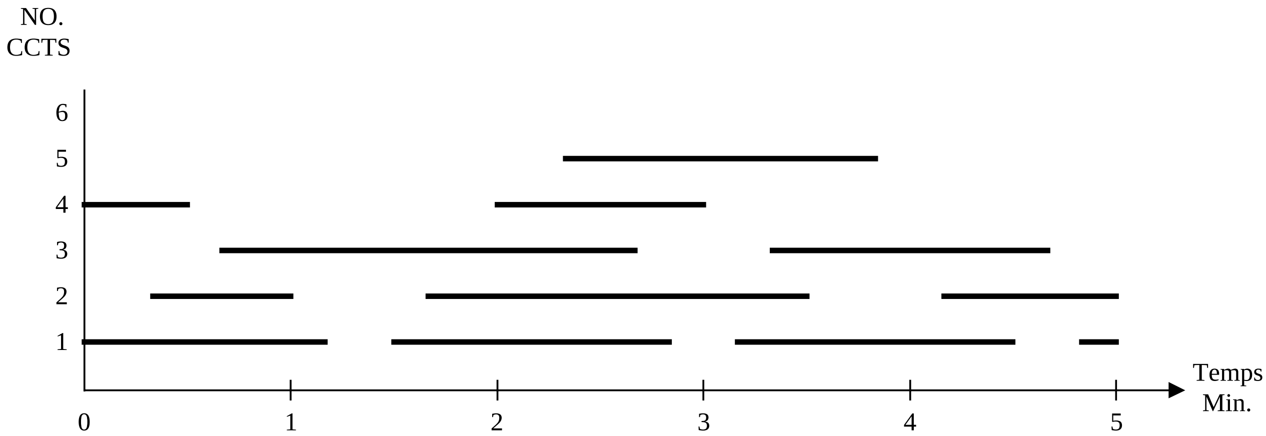
De TETRAPRO, édité par Mr. H. Leijon, ITU

UNION INTERNATIONALE DES TELECOMMUNICATIONS
INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION
UNION INTERNACIONAL DE TELECOMUNICACIONES

EXERCICES ET SOLUTIONS - MESURES DE TRAFIC

1. Une partie du processus de trafic est montrée dans le papier avec diagramme. Il concerne l'occupation durant cinq minutes dans un faisceau de six circuits à accessibilité totale. Les lignes horizontales marquent l'occupation des circuits. L'échelle du temps est 10 secondes sur l'axe du temps.

   - Marquer sur les lignes marquées “événement” avec ↑ chaque moment où une nouvelle occupation commence et avec ↓ chaque moment où l'occupation termine.
   - Combien d'événement sont là?
   - Remplir le diagramme pour le nombre d'équipement occupés pour la période de cinq minutes.
   - Calculer le trafic écoulé dans la période! (Essayer différentes méthodes!).
   - Supposons que le groupe est testé chaque 30 secondes, commençant au temps t = 5 secondes. Quel devrait être le trafic selon le résultat du test?
   - Quel est le temps moyen d'occupation de ces occupations qui sont toutes complétées à l'intérieur de l'intervalle des cinq minutes?



Evénements

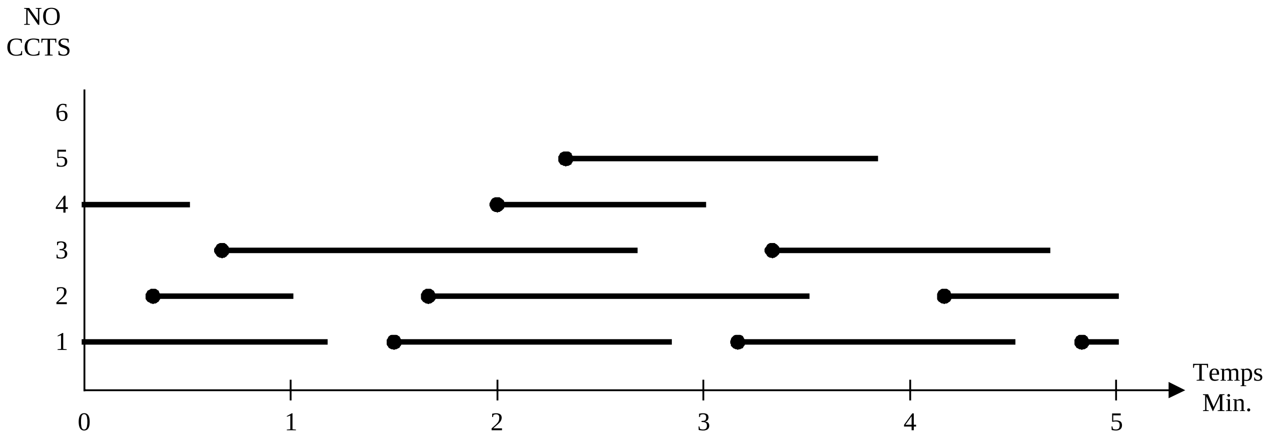
NO. DE CIRCUITS OCCUPES

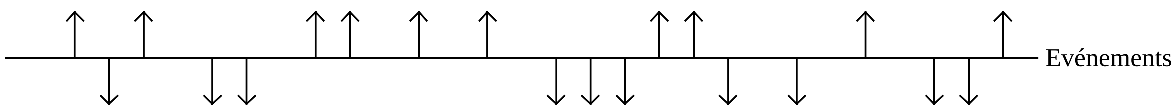
1. SOLUTION

Evénements Les événements sont marqués dans le diagramme. 10 appels arrivent dans l'intervalle d'observation et 10 occupations finissent. Il y a donc 20 événements dans la période de 5 minutes.

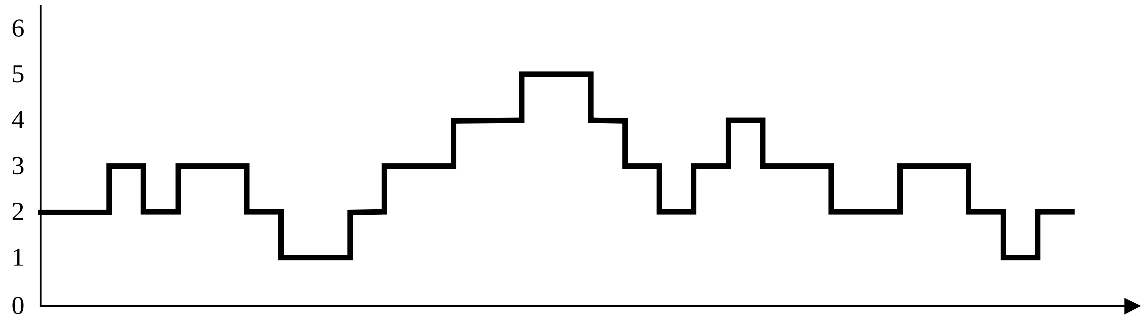
Nombre de circuits occupés Voir les diagrammes ci-joints. Chaque moment un appel arrive la courbe fait un pas en haut et pour chaque terminaison un pas en bas.

Trafic écoulé Si on fait un total des temps d'occupations et si on divise cette somme avec la longueur de temps d'observation on aura le trafic écoulé. Tenant en compte que chaque carré est 10 secondes on aura:





NO. DE CIRCUITS OCCUPES



Circuit	Temps d'occupation		
1	7 + 8 + 8 + 1	=	24 x 10 secondes
2	4 + 11 + 5	=	20 x 10 secondes
3	12 + 8	=	20 x 10 secondes
4	3 + 6	=	9 x 10 secondes
5	9	=	9 x 10 secondes
			82 x 10 secondes

$$A' = \frac{82 \cdot 10}{30 \cdot 10} = 2.73$$

ZONE = 82 carrés - sur 30 pas

$$A' = \frac{82}{30} = 2.73$$

Test: *2 + 2 + 2 + 2 + 4 + 5 + 2 + 3 + 2 + 2 = 26*

10 tests $A' = \frac{26}{10} = 2.6$

No. de circuit	L'occupation dans 10 secondes	Total des secondes
1	7 + 8 + 8 + 1	240
2	4 + 11 + 5	200
3	12 + 8	200
4	3 + 6	90
5	0	90
6	0	0
		820

Temps d'observation: *5 x 60* *= 300 secondes*

Trafic écoulé: *820 / 300* *= 2.73 erlang*

Une autre méthode est d'intégrer les zones dans le diagramme pour le nombre de circuits occupés.

Il est à peu près toujours au moins deux circuits occupés . La zone est donc plus que *30 x 2 = 60*

Zone = 60 + 1 + 2 - 2 + 15 + 5 + 2 - 1 = 82

Trafic écoulé = 82/30 = 2.73 erlang

Test Les points de temps sont marqués dans le diagramme, aux moments où le test est fait, pour le nombre de circuits occupés.

Résultat de test: *2 + 2 + 2 + 2 + 4 + 5 + 2 + 3 + 2 + 2 = 26*

On fait 10 tests.

Le nombre moyen de circuits occupés par test = *trafic écoulé estimé = 26/10 = 2.6 erlang*.

<u>Temps moyen de prise</u> Le temps total d'occupation était 820 secondes. On avait en tout 12 occupations. Il y avait, cependant, deux occupations dès le commencements des observations. On ne savait pas leur durée totale. A la fin de la période il y avait deux occupations qui n'étaient pas finies. Pour avoir une estimation de la durée moyenne d'occupation on doit exclure ces quatre occupations et prendre la moyenne sur les huit restantes.

Le temps total de ces huit occupations était:

$$820 - 70 - 30 - 10 - 50 = 660 \text{ secondes}$$

alors, $\bar{h} = 660/8 = \underline{82.5} \text{ secondes}$

Si nous avions inclus les quatre temps de maintien incomplets on devait avoir

$$\bar{h} = 820/12 = \underline{68.3} \text{ secondes}$$

Si la période d'observation était plus longue que cinq minutes la différence devrait être plus pettite.

2. Une mesure spéciale durant une heure donne une estimation de la distribution de trafic d'un groupe de cinq circuits. Le résultat était comme suit:

Nombre de circuits occupés	0	1	2	3	4	5
Partie de temps	0.086	0.214	0.268	0.222	0.140	0.070

- Quel était le trafic écoulé?
- Quel était la congestion de temps si le groupe avait seulement cinq circuits?
- Quel était le trafic offert si on peut supposer que $B = E$?
- Combien d'appels devraient être rejetés durant une heure, si on suppose le temps de prise moyen être $\bar{h} = 100$ *secondes*?

2. SOLUTION

On calcule le trafic écoulé à partir de la formule

$$A' = \sum_{p=1}^{5} p[p]$$

qui donne

$$A = 0.214 \cdot 1 + 0.268 \cdot 2 + 0.222 \cdot 3 + 0.140 \cdot 4 + 0.070 \cdot 5 = 2.326$$

Le trafic écoulé est: $A = \underline{2.326}$ *erlang*

<u>Congestion du temps</u> Selon les mesures tous les circuits étaient occupés 0.070 du temps, cependant:

$$E = 0.070$$

<u>Trafic offert</u> On doit chercher le trafic offert à partir de l'équation:

$$A(1 - E_5(A)) = 2.326 \quad ou \quad A(1 - [5]) = 2.326$$

Après quelques essais on trouve $A = 2.500$

<u>Nombre d'appels rejetés</u> Avec le temps moyen de prise = 100 seconde on trouve qu'il devrait être:

$$y = \frac{A}{h} = \frac{2.5}{100} \cdot 3600 = 90$$

appels offerts durant l'heure. Le nombre estimé d'appels rejetés est donc:

$$y \cdot E = 90 \cdot 0.070 = \underline{6.3} \ \ appels$$

3. Le trafic dans un groupe de circuits a été mesuré par test chaque 30 secondes sur une période de deux heures. Le compteur a été lu chaque 30 minutes sans le remettre à zéro. Le compteur a été mis à zéro lors du commencement des mesures.

- Déterminer l'heure chargée et le trafic écoulé durant cette heure! Quelle est l'erreur standard du trafic offert observé ? (Le temps moyen de prise était deux minutes.)

Temps	**Lecture**	**Valeur**
9:30	1	172
10:00	2	434
10:30	3	622
11:00	4	848

3. SOLUTION

Le résultat du test pour chaque demie heure était:

Temps	Compteur
9:00 - 9:30	172
9:30 - 10:00	262
10:00 - 10:30	188
10:30 - 11:00	226

L'heure la plus élevée est 9:30 - 10:30. Durant ce temps le test donne $262 + 188 = 450$. Il y a un test fait chaque 30 seconde, alors il devrait être 120 test/ heure. Le trafic écoulé est donc $A' = 450/120 = \underline{3.75}$ *erlang*.

<u>Erreur standard</u> On utilise la formule (5.5) $\sigma^2 = \frac{A}{T} \cdot h \cdot \frac{e^{\lambda h} + 1}{e^{\lambda h} - 1}$

pour $A = 3.75$ $T = 1$ $h = 0.5/60$ $\lambda = 30$

et trouver $\sigma^2 = 0.2513$ et $\sigma = 0.50$

L'erreur standard est $\sigma = 0.50$ alors on peut écrire le résultat comme $A' = 3.75 \pm 0.50$.

4. La mesure sur un groupe à accessibilité totale est prise par test de trois minutes pour une période 8h - 12h (a.m) pendant les jours de travail. Pour ce groupe de circuits les 15 minutes totales qui suivent (ajoutées pour tous les 10 jours) sont trouvés:

340 400 430 440 500 480 470 450 450 435 400 380 365 350 310 340

On suppose qu'il est un système d'erlang avec perte et les temps de maintien sont distribués exponentiellement avec la moyenne = 2 minutes.

a. Trouver le temps consistent de l'heure chargée (TCBH).

b. Trouver la valeur espérée (moyenne) du trafic écoulé durant l'heure chargée.

c. Trouver la variance du trafic mesuré (intensité) quand cette valeur est obtenue par:

i) test;

ii) des observations continues.

d. Trouver l'intervalle de confiance 95% de l'intensité de trafic.

4. SOLUTION

a. L'heure chargée est déterminée par la sommation des résultats des quatre 15 minutes consécutives, et choisir les quatre qui ont la plus grande valeur. Dans ce cas $500 + 480 + 470 + 450 = 1900$. Ce sont donc les 5, 6, 7, et 8th 15 minutes et l'heure chargée est 9:00 - 10:00 a.m.

b. La somme moyenne pour une journée (une heure chargée) est $1900/10 = 190$. Il est le total de $60/3 = 20$ tests alors le résultat moyen par test est $190/20 = 9.50$. Le trafic moyen pour les 10 jours est 9.50 Erlang.

c. La variance du trafic mesuré <u>par tests</u> peut être calculé à partir de la formule:

$$\sigma^2 = \frac{A}{T} \cdot h \cdot \frac{e^{\lambda} \;\; + 1}{e^{\lambda} \;\; - 1}$$

Où $A = 9.5$

$T = 10$ *heures*

$h = 3/60$ *heures* (intervalle de test)

$s = 1/\lambda = 2/60$ *heures* (temps moyen de prise)

alors $\lambda h = \frac{h}{s} = \frac{3}{2} = 1.5$

On obtient donc $\sigma^2 = 0.0748$ $\sigma = \underline{0.273}$

Si on avait mesuré $A' = 9.5$ *Erlang* par des observations continues, la variance est calculée à partir de la formule

$$\sigma^2 = A \cdot \mathrm{E} \cdot s/T$$

où $A = 9.5$

$E = 2$ (distribution exponentielle)

$s = 2/60$ *heures*

$T = 10$ *heures*

$\sigma^2 = 0.063$

$\sigma = \underline{0.251}$

d. Les intervalles de confiance 95% sont trouvés par multiplier l'erreur standard avec 1.96. Par conséquent:

$8.96 < A < 10.04$ pour le test

$9.00 < A < 10.00$ pour des observations continues

Commentaire Le calcul de l'erreur standard est basé sur la supposition que chacune des 10 observations journalières sont échantillonnées à partir de la même population avec la même moyenne. Ce n'est pas généralement vraie puisque le trafic varie. Par exemple, si les 10 valeurs ont été prises sur deux semaines successive, du lundi au vendredi, on sait que quelques jours de la semaine ont systématiquement un fort trafic plus que d'autres. En d'autres termes, si les dix valeurs étaient collectées dans les mêmes jours de la semaine durant dix semaines consécutives, on sait qu'une telle période est longue de manière que les variations saisonnières devraient êtres appréciables durant la période.

Il résulte qu'il n'y a pas de point dans l'utilisation de trop de mathématique pour la détermination de la précision des mesures.

5. Le nombre d'appels arrivant à un groupe de circuits dans un système téléphonique a été enregistré dans un compteur. Le compteur a été lu chaque trois minutes. Les valeurs suivantes ont été obtenues durant l'heure chargée:

16 13 21 17 23 22 13 18 23 21 19 18 19 28 23 22 20 29 17

a. Calculer la valeur moyenne (valeur espérée) pour le nombre des appels d'arrivée <u>par deux minutes</u>.

b. Calculer la variance du nombre d'appels d'arrivée par deux minutes.

c. Estimer l'intervalle de confiance 95% de l'intensité d'appels.

5. SOLUTION

a. Le nombre total d'appel durant l'heure est supposé dépassé 398 appels/min.

b. Durant une période de 2 minutes il doit avoir une moyenne 398/30 = 13.27 appels.

c. Si on considère une période individuelle de deux minutes on peut utiliser les statistiques données par intervalle de trois minutes pour l'estimation de la variance pour l'intervalle de deux minutes. Une autre méthode devrait être d'appliquer une distribution statistique appropriée.

Les 20 valeurs des périodes de trois minutes donnent:

la moyenne = 19.9 variance = 17.88

Supposons que le nombre des appels dans une période de deux minutes a une distribution de poisson, on trouve:

la moyenne = 13.27 variance = 13.27

C'est une limite supérieure pour la variance, D'autres analyses statistiques devraient la réduire quelque peu.

d. Les limites de confiance 95% pour les périodes de deux minutes sont obtenues par la multiplication de l'erreur standard avec 1.96.

L'erreur standard est; $\sigma = \sqrt{13.27} = 3.64$

Donc les limite de confiance 95% pour un nombre d'appels par période de deux minutes est: $6.1 < y_2 < 20.4$.

Cela signifie qu'un cas sur 20, le nombre d'appels par période de deux minutes peut tomber en dehors de cet intervalle sans contradiction avec les hypothèses.

6. Le nombre d'appels écoulés par un groupe de circuits sont comptés en intervalles de 10 minutes durant une heure et le temps moyen de prise est 3 minutes. Le nombre d'appels en progrès étaient simultanément;

13, 10, 15, 10, 12

a. Trouver le trafic écoulé!

b. Trouver le nombre moyen d'appels durant l'heure!

c. Trouver le nombre d'appels durant une période de trois minutes!

d. Quelle est l'exactitude des mesures?

6. SOLUTION

a. Le nombre moyen d'occupations est $72/6 = 12$, Le nombre moyen d'occupations est $A' = 12$.

b. Le nombre espéré d'occupations durant une heure est:

$$y = A'/h = 12 \cdot 60/3 = 240$$

c. Le nombre d'occupation durant une période de trois minutes est *240/20 = 12 appels*. Actuellement, le nombre d'appels par temps moyen de prise est égal à la valeur du trafic offert en erlang. Puisqu'on ne sait pas le trafic offert on ne peut pas estimer le nombre d'appels offerts au groupe par temps moyen de prise. Il peut être plus que 12.

d. On calcule l'exactitude à partir de la formule:

$$\sigma^2 = \frac{A}{T} \cdot h \cdot \frac{e^{\lambda} + 1}{e^{\lambda} - 1}$$

avec $A = 12$ $T = 1$ $h = 10 \text{ minutes} = 1/6 \text{ heure}$

$s = 3 \text{ minutes} = 1/\lambda$ $\lambda h = h/s = 10/3$

$\sigma^2 = 2.15$ $\sigma = 1.47$

L'intervalle de confiance 95% est donc $9.1 < A' < 14.9$

7. Dans un groupe à accessibilité totale de 10 circuits, la charge dans le dernier circuit a été observée égale 0.05 erlang durant une heure.

Quelle est votre estimation du trafic offert au groupe?

7. SOLUTION

Si on suppose la distribution d'erlang, la charge dans le 10ème circuit est:

$$a_{10} = A \cdot \left(E_9(A) - E_{10}(A) \right)$$

On peut donc essayer différentes valeurs de A jusqu'à ce qu'on a $a_0 = 0.05$

A	a_{10}
4	0.0321
5	0.0954
4.5	0.0588
4.3	0.0469
4.35	0.0498

Le trafic offert est à peu près *4.35 Erlangs*. La valeur mesurée $a_{10} = 0.05$ *Erlangs* est, cependant, une faible estimation de trafic, alors on ne peut pas compter beaucoup sur la valeur ci-dessus.

8. Une route de grande distance entre de grandes villes A et B est aussi utilisée pour le transit de six autres petites villes. Si on veut trouver la dispersion des appels avec une assurance de 90% et un intervalle de confiance de 90%, combien d'appels à partir de A vers B devraient être analysés? La dispersion est brutalement comme suit:

Ville	**% d'appels**
B	60
C	10
D	10
E	4
F	6
G	5
H	5

8. SOLUTION

La précision d'une telle statistique d'appels est moins satisfaisante pour des petites proportions. La partie critique est par conséquent les appels vers la ville E. On dénote:

n = nombre total d'observations sur la route A B
x = nombre d'appels vers E
P = proportion inconnue d'appels vers E donc
P = x/n

La variance $v = p(1-p)/n$ déviation standard $\sigma = \sqrt{v}$

On suppose à priori que la proportion 4% est correcte. Alors l'intervalle de confiance 90% est:

$$P\left\{-1.645 \cdot \sigma < x/n = p < +1.645 \cdot \sigma\right\} = 0.90$$

La longueur de l'intervalle de confiance est $2 \cdot 1.645 \cdot \sigma$

Selon les besoins cet intervalle de confiance ne doit pas dépasser *10% de 4% = 0.004*.

On peu donc calculer *n* si on met $p = 0.04$

$$2 \cdot 1.645 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq 0.004$$

$$\sqrt{\frac{0.04 \cdot 0.96}{n}} \leq 0.001216$$

$$n \leq \frac{0.04 \cdot 0.96}{0.001216^2} = 25978$$

Il est par conséquent nécessaire d'analyser 26,000 appels sur la route *AB* pour arriver à la précision désirée pour la petite route.

<u>Commentaire</u> Si la route *AB* écoule *100 Erlang* à l'heure chargée et le temps moyen de prise est trois minutes, il devrait être 2000 appels par heure chargée. Si l'étude est limitée aux heures chargées, les observations devraient couvrir 13 heures chargées. Si les observations sont faites sur toute la journée on peu espéré à peu près 16,000 appels par 24 heures. Il devrait être assez avec les mesures de deux jours.

Il peut, cependant, être questionné si la dispersion d'appels est réellement la même sur toute la journée et pour l'heure chargée. Différentes catégories d'abonnés peuvent utiliser la route. Comme les observations concernent l'étendu sur heures chargées, on peu se demander si le résultat peut être influencé, ou non, par les variations saisonnières. Seulement les études extensives peuvent répondre à ces questions.

Qu'est ce qu'il arrive en réalité, c'est que l'administration réduit le nombre d'appels à être analysés et accepter une précision inférieure sur les petites routes. Elle peuvent essayer avoir l'information complémentaire pour la route *ABE* dans le centre *E*.

9. Un pulsiomètre a été connecté pour recevoir une impulsion chaque six secondes quand un groupe est complètement occupé. Durant un certain heure le compteur du mètre croit de 2430 à 2439. Combien était la congestion du temps?

9. SOLUTION

Le mètre indique que tous les circuits étaient occupés durant $9 \cdot 6 = 54\ secondes$. Le congestion du temps est, cependant,

$$E = 54/3600 = 0.015$$

Pour l'estimation de la précision de cette valeur, on doit savoir le trafic, le nombre de circuits et le temps moyen de prise du groupe.

10. Un groupe de 40 circuits est connecté à un Ah-mètre. Les résistances utilisées sont 100 k -ohm et le voltage est 50 V. Combien de circuits sont occupés si le courant à AH-mètre est 10 mA? Quelle est l'erreur introduite si le voltage arrive à 52V?

10. SOLUTION

Le courant par circuit est $I = \dfrac{50}{100000} = 0.0005\ A = 0.5\ mA$

Si le courant résultant est 10mA il y a évidement $10/0.5 = 20\ circuits$ occupés.

Si le voltage est 52V alors le courant par circuit est 0.52mA. La valeur 10mA correspond donc à $10/0.52 = 19.23$ qui signifie que nous devons sousestimer le trafic si le mètre est calibré pour 50V.

11. Durant une heure trois types de mesures ont été faites sur un groupe de circuits.

a. Chaque 36 secondes (commence à $t = 0$) le nombre d'occupations est testées et ajoutées au compteur A.

b. Chaque deux secondes (commence à $t = 0$) le groupe est testé. Si tous les circuits sont occupés le compteur B bouge d'un pas.

c. Le nombre d'appels est enregistré sur le compteur C. Des mesures ont été:

Compteur A:	1500
Compteur B:	54
Compteur C:	500

Estimer le trafic écoulé, le temps de prise moyen et la congestion du temps!

11. SOLUTION

L'examen est exécuté chaque *36* secondes. Il y a par conséquent 100 tests par heure. <u>Le trafic écoulé</u> est:

$$A' = 15.00$$

Le groupe a 500 occupations, donc le <u>temps de prise moyen</u> est

$$h = \frac{A}{y} = \frac{15}{500} \cdot 3600 = 108\ secondes$$

Le compteur B vérifie chaque deux secondes si le groupe est complètement occupé. Le temps de congestion est $54 \cdot 2 = 108\ secondes$ et la <u>congestion du temps</u> $E = 108/3600 = 0.03$

12. Dans le pays Ut-O-Pia l'administration des télécommunications a décidé d'appliquer les recommandations du CCITT E500 pour les mesures sur les liaisons internationales. Ils l'ont appliqué sur les routes nationales de longue distance (STD). Le trafic de l'heure chargée a été enregistré à chaque journée de travail durant une année. Trouver combien de circuits devraient être nécessaires si les standards de la qualité de service CCITT sont appliqués.

$$E\left(\overline{A}_{30}\right) \leq 0.01 \qquad E\left(\overline{A}_{5}\right) \leq 0.07$$

Les enregistrements pour l'années étaient les suivantes après que les mesures douteuses ou erronées ont été exclues:

Janvier:	33	37	43	48	46	33	38	30	40	45	
Février:	43	49	43	45	38	39	53	49	50		
Mars:	51	42	56	46	59	45	55	52	45	40	
Avril:	48	49	60	64	47	60	63	57	53	53	51
Mai:	60	51	66	56	66	65	57	63			
Juin:	55	58	54	48	55	59	44	45	40	55	
Juillet:	39	26	38	30	25	31	43				
Août:	21	28	35	28	27	35	32	26			
Septembre:	42	36	41	45	44	48	46	36	52	51	
Octobre:	48	54	59	50	45	53	64	61	53		
Novembre:	57	60	64	52	56	56	56	66	60	69	
Décembre:	68	58	73	62	61	66	63	61	69	70	

Trouver les 30 et 5 plus fortes valeurs durant l'année et estimer combien de circuits devrait être nécessaire.

12. SOLUTION

Il y a 112 valeurs données sur le tableau pour lesquelles seulement 30 plus fortes sont d'intérêt.

- Souligner la plus forte valeur de chaque mois.
- Souligner toutes les valeurs ≥ 60: Elles sont 24
- Souligner toutes les valeurs ≥ 57: Elles sont 33
- Compter combien de valeurs = 57: Elles sont 2
- Exclure une valeur = 58 et il y a 30 qui restes.
- Faire la somme du reste: La somme est 1887 et $A_{30} = 62.9$
- Lister les valeurs ≥ 68: Il y a 68, 73, 69, 70
- Chercher une valeur = 67 ou 66: Il y a 66, 66, 66
- La somme des plus fortes est = 346 et $\overline{A}_5 = 69.2$

Janvier:	33	37	43	48	46	33	38	30	40	45	
Février:	43	49	43	45	38	39	53	49	50		
Mars:	51	42	56	46	59	45	55	52	45	40	
Avril:	48	49	60	64	47	60	63	57	53	53	51
Mai:	60	51	66	56	66	65	57	63			
Juin:	55	58	54	48	55	59	44	45	40	55	
Juillet:	39	26	38	30	25	31	43				
Août:	21	28	35	28	27	35	32	26			
Septembre:	42	36	41	45	44	48	46	36	52	51	
Octobre:	48	54	59	50	45	53	64	61	53		
Novembre:	57	60	64	52	56	56	56	66	60	59	
Décembre:	68	58	73	62	61	66	63	61	69	70	

$A_{30} = 62.9$ $\quad A_5 = 69.2$

$A = 62.59$ $\quad E_{77}(A) = 0.01$ $\quad A = 68.53$ $\quad E_{71}(A) = 0.07$

$A = 63.51$ $\quad E_{78}(A) = 0.01$ $\quad A = 69.58$ $\quad E_{72}(A) = 0.07$

La condition E_{30} nécessite $n = 78$ *circuits* alors que la condition E_5 nécessite seulement $n = 72$ *circuits*, qui montre que la congestion est plus élevée pour chaque plus forte valeur, puisque seulement le trafic écoulé est mesuré.

Cependant, si on prend en considération que nous travaillons avec le trafic écoulé, notre estimation pour le trafic offert devrait être:

$$A_{30} = \overline{A}_{30}/(1-0.01) = 63.54 \qquad \text{on a } n = 79$$

$$A_5 = \overline{A}_5/(1-0.07) = 74.41 \qquad \text{on a } n = 77$$

Dons, la route devrait avoir 79 circuits.

Remarque On observe à partir des statistiques que certains mois ont un trafic très faible. La plus forte valeur pour chaque mois est:

Janvier:	48	Juillet:	39
Février:	53	Août:	35
Mars:	59	Septembre:	52
Avril:	64	Octobre:	64
Mai:	66	Novembre:	66
Juin:	59	Décembre:	73

Les mois les plus faibles sont Juillet et Août et le plus fort est Décembre. Cela reflète un modèle de variation saisonnière. Il est aussi possible que la tendance générale qui croît avec le temps est incluse dans les valeurs.

13. On considère les données de trafic dans la table au-dessous, qui donne 3 x 12 valeurs de trafic mensuel. On suppose que les valeurs individuelles dans la table sont les résultats des mesures mensuelles exécutées une routine définie.

- Discuter quelle routine de mesure mensuelle devrait être appliquée pour obtenir des chiffres représentatifs pour les prévisions.
- Quelle est la meilleur donnée que le précisionnisme devrait choisir s'il veut prévoir le trafic pour les prochaines cinq ans?

<u>TRAFIC TOTAL DE DEPART</u>

MOIS	1979	1980	1981
Janvier	38.6	39.4	45.6
Février	37.9	43.7	46.2
Mars	42.1	48.7	47.2
Avril	40.6	43.8	46.2
Mai	40.1	40.2	45.6
Juin	38.1	42.6	48.5
Juillet	37.7	41.1	44.4
Août	39.9	44.2	47.4
Septembre	40.4	41.0	49.1
Octobre	40.7	43.8	48.7
Novembre	40.8	41.8	45.0
Décembre	42.2	49.5	49.5

13. SOLUTION

Les valeurs de trafic données dans le tableau sont arrivées selon une routine de mesure. Les enregistrements ont donc été traitées après une routine définie. On peu, cependant, comprendre que les chiffres mensuels sont le résultat de plus d'une mesure de heure chargée par mois.

Une pratique très commune est de mesurer durant l'heure chargée une semaine par mois et prendre la moyenne de ces mesures comme valeur représentative du mois. Cela est accepté si la semaine la plus élevée est choisie et les valeurs individuelles de trafic ne sont pas nombreuses. C'est la pratique qui donne les risques que les plus fortes valeurs durant le mois ne peuvent être vues dans la valeur mensuelle présentée.

La prévision est faite pour éviter plus de congestion plus fréquemment. Le prévisionniste est, cependant, intéressé par les valeurs de trafic les plus élevées qui arrivent chaque année. Donc, cacher ces valeurs en moyenne ne peu pas aider le prévisionniste. Il est donc meilleur de lui donner une liste de 10 - 20 plus fortes valeurs de trafic observées durant l'année. Cette liste devrait être jointe avec l'observation de congestion, etc. pour cette occasion. Cela défini une pratique de mesure améliorée!

On peut analyser les chiffres donnés en ordre pour trouver que la plus part est nécessaire pour le prévisionniste:

Si les lignes et les colonnes dans le tableau sont sommées, on obtient le résultat suivant.

MOIS	1979	1980	1981	TOTAL
Janvier	38.6	39.4	45.6	123.6
Février	37.9	43.7	46.2	127.8
Mars	42.1	48.7	47.2	138.0
Avril	40.6	43.8	46.2	130.6
Mai	40.1	40.2	45.6	125.9
Juin	38.1	42.6	48.5	129.2
Juillet	37.7	41.1	44.4	123.2
Août	39.9	44.2	47.4	131.5
Septembre	40.4	41.0	49.1	130.5
Octobre	40.7	43.8	48.7	133.2
Novembre	42.8	41.8	45.0	127.6
Décembre	42.2	49.5	49.5	141.2
<u>TOTAUX</u>	479.1	519.8	563.4	1562.3
	1.085		1.084	

La somme de toutes les valeurs mensuelles pour chaque année montrent que cette somme ou sa moyenne, croît plutôt l'utilité pour chaque année; 8.5 et 8.4 % par année. On voit aussi que les valeurs de Décembre sont élevées chaque année et que certains mois sont pareils de donner tous de faibles valeurs.

Cela est confirmé si on calcule le ratio entre chaque valeur et sa moyenne annuelle:

MOIS	1979	1980	1981	MOYENNE
Janvier	0.967	0.910	0.971	0.949
Février	0.949	1.009	0.984	0.981
Mars	1.055	1.124	1.005	1.061
Avril	1.017	1.011	0.984	1.004
Mai	1.004	0.928	0.971	0.968
Juin	0.954	0.984	1.033	0.990
Juillet	0.994	0.749	0.946	0.946
Août	0.999	1.020	1.010	1.010
Septembre	1.012	0.947	1.046	1.001
Octobre	1.019	1.011	1.037	1.023
Novembre	1.022	0.965	0.959	0.982
Décembre	1.057	1.143	1.054	1.085

Il est évident que les mesures dans certains mois sont souvent faibles que d'autres, au moins dans les valeurs mensuelles qui sont présentées ici! Elles peuvent être une moyenne pour un nombre de mesures En moyenne pour un faible mois, tel que Juillet, quelques fortes valeurs bizarres peuvent être cachées.

On conclu que les valeurs de Décembre sont les plus intéressantes pour trouver les plus fortes valeurs de l'année Ces valeurs devraient, donc, être données au prévisionniste, si les mesures individuelles de l'heure chargée ne sont disponibles.

On suppose que nous somme maintenant au début de 1982. On sait que le prévisionniste devrait prévoir le trafic à l'horizon 1987. On sait également que les données des trois dernières années ne sont pas suffisantes pour faire des prévisions des cinq prochaines années. (Mais c'est suffisant pour décembre 1983). On devrait, donc, essayer de trouver les mesures à partir des années passées, 1978, 1977 etc.

Comme ça concerne la croissance annuelle on voit que le trafic moyen croit chaque année de 8.4 - 8.5%. Comme une coïncidence on trouve que les valeurs de Décembre à partir de 1979 à 1981 ont été également augmentées de 8.3%, si on ne tien pas compte de la valeur de 1980. Il est, cependant, probable que le previsionniste devrait estimer une telle croissance dans ses prévisions.

<u>REMARQUE:</u> Les données présentées ici est un exemple typique pour les types d'informations données au prévisionnistes. Avant d'établir une pratique des mesures pour les enregistrement qui devraient être retenues pour les buts de prévisions, il est conseillé que le problème soit discuté avec le prévisionniste.

14. Dans le pays voisin Teleria les mesures étaient faites sur huit routes, comme montré dans le tableau ci-dessous. Vérifier les enregistrements et voir si quelques données sont erronées.

<u>Observations sur quelques groupes de circuits de Télérian</u>

18 Août 1980; 9:30 - 10:30

Groupe de circuits	No. de circuits	Trafic observé Erlangs	Congestion observée %	Nombre d'occupa-tions	Plaintes	Autres observations
1	18	10.51	1.8	300	Aucun	
2	24	12.03	12	827	Oui	Travail d'installation
3	36	24.5	6.8	503	Aucun	
4	10	11.52	10.5	27	Aucun	
5	20	18.6	31.5	1865		
6	16	5.0	0	148	Aucun	
7	75	68.0	4	2101	Aucun	
8	75	60.0	2.1	1487	Oui	Faible taux d'achèvement

14. SOLUTION

Avant d'accepter les mesures comme correctes, on peu faire quelques vérifications. Les vérifications simples sont:

- Est ce que $A' < n$?
- Est ce que les temps moyens de prises sont crédibles?
- Est ce que la congestion mesurée concorde avec la valeur théorique espérée?

a. Le trafic écoulé mesuré comme comparé avec le nombre de circuits. La route N° 4 a $A' = 11.52$ *erlang* sur $n = 10$ *circuits*, chose qui est impossible. Cette mesure n'est pas correcte. Dans tous les autres cas $A' < n$

b. Les calculs des temps moyens de maintien donnent les résultats suivants.

Route	h	Crédibilité
1	126 sec.	OK
2	52	?
3	175	OK
4	1536	NO
5	36	?
6	122	OK
7	117	OK
8	145	OK

Sauf la route N° 4 les temps moyens de prises pour les routes N° 2 et 5 sont exceptionnellement faibles, qui signifie qu'il y a quelques erreurs dans les mesures ou des fautes techniques dans les routes.

c. On calcule la valeur théorique pour la congestion et faire la comparaison avec les pertes enregistrées. On suppose que toutes les routes sont des groupes à accessibilité totale et appliquent la première formule d'Erlang. On calcule également le nombre espéré des appels perdus et leur intervalle de confiance 95 % et faire la comparaison avec le nombre observé. On suppose que le nombre d'appels rejetés , x, sont distribués Poisson avec l'erreur standard = $\sqrt{x}$ **.** L'intervalle de confiance est donc:

$$\left(x - 1.96 \cdot \sqrt{x},\ \ x + 1.96 \cdot \sqrt{x}\right)$$

x est calculé pour un nombre spécifié d'occupations et y le nombre d'appels perdus.

$$x = (y + x) \cdot E_n(A) \qquad\qquad x = \frac{y \cdot E_n(A)}{1 - E_n(A)}$$

Route	n	A'	A	$E_n(A)$	x	x_{min}-x_{max}	x_{OBS}	Commentaire
1	18	10.51	10.63	0.0115	3.49	0 - 7.2	5.5	OK
2	24	12.03	12.04	0.0008	0.68	0 - 2.3	113	? - NO
3	36	25.50	24.76	0.0069	3.49	0 - 7.2	37	? - NO
5	20	18.60	30.03	0.3806	1146	1080 - 1212	858	? - ?
6	16	5.00	5.00	0.00005	0.007	0 - 0.2	0	OK
7	75	68.00	73.65	0.0767	175	149 - 200	88	? - NO
8	75	60.00	60.00	0.0096	14.5	7.0 - 22.0	32	? - ?

On peut maintenant sommer les départs des trois vérifications effectuées:

Route	A' < n	h ?	E	Conclusion
1	OK	OK	OK	OK
2	OK	?	NO	NO
3	OK	OK	NO	NO
4	NO	NO	--	NO
5	OK	?	?	NO
6	OK	OK	OK	OK
7	OK	OK	NO	NO
8	OK	OK	?	NO

Par conséquent les mesures pour les routes N° 1 et 6 semblent être en accord, toutes les autres enregistrements sont douteuses. Si on retourne en arrière au tableau donné, on observes qu'il y a des plaintes dans les routes N° 2 et 7. Il est encore noté que dans le tableau le taux d'achèvement a été faible sur la route N° 8. Alors pour ces trois routes il a été espéré qu'il peut avoir des erreurs quelques part. On obtient par notre verification que les enregistrements des routes N° 3, 4, et 5 n'étaient pas correctes.

<u>Epilogue</u> Les vérifications des mesures de trafic pousse l'administration de commencer la recherche des fautes. Après nettoyage des routes des perturbations le trafic était servi sans plainte pour quelques temps.

15. Durant l'heure chargé d'un Mardi, six "erreurs" sont arrivées dans un central. Pour faire face à ça certains ajustements ont été faits le Mercredi. Le Jeudi qui suit il y avait deux "erreurs" durant l'heure chargée. Supposons que le trafic offert au central durant les deux heures chargées est le même et l'événement de l'erreur peut être décrit par un processus de poisson.

a. Est ce que cette réduction en nombre d'erreurs améliore la performance du système?

b. La même question, si le nombre d'erreurs était 22 avant et 9 après l'ajustement.

15. SOLUTION

a. $x_1 = 6$ $\qquad\qquad$ $x_2 = 2$

On applique l'hypothèse que les deux sorties viennent de la même distribution de poisson avec la même moyenne.

On peu calculer la probabilité que la grande déviation restante peut arriver pour les deux mêmes jours, à partir de la formule:

$$P(>) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x} \cdot 2 \cdot \sum_{v_1=0}^{x_2} \binom{x}{v_1}$$

où $\quad x = x_1 + x_2 \qquad x_1 = 6 \qquad x_2 = 2$

On a donc: $P(>) = (1/2)^{8} \cdot 2 \cdot (1 + 8 + 28) = 0.289$

On a, donc, aucune motivation statistique où une amélioration apparaisse. D'autres statistiques doivent être prises!

b. $x_1 = 22$ $\qquad\qquad$ $x_2 = 9$

Les nombres sont très grands qu'on ose considérer la variable:

$$u = \frac{x_1 - x_2 - 1}{\sqrt{x_1 + x_2}} \qquad\qquad (x_1 > x_2)$$

comme distribué normalement (0,1). On trouve u = 2.16 qui signifie qu'il est plutôt une grande déviation à partir de la moyenne = 0. Pour $u = 1.96$ on à une probabilité 5% pour une large déviation. Dans ce cas on peu conclure qu'une amélioration s'est produit.