Concept de base de la théorie de télétrafic

(Exercices inclus)

Mr. H. Leijon, ITU

UNION INTERNATIONALE DES TELECOMMUNICATIONS
INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION
UNION INTERNACIONAL DE TELECOMUNICACIONES

Concept de base de la théorie de télétrafic

Le trafic en Erlang = Nombre moyen des différentes occupations dans un groupe de circuits durant une période définie de temps.

1 $$A = y \cdot s$$

A = Trafic en Erlang.
y = Intensité d'appels (appels/Unité de temps)
s = Temps moyen de prise

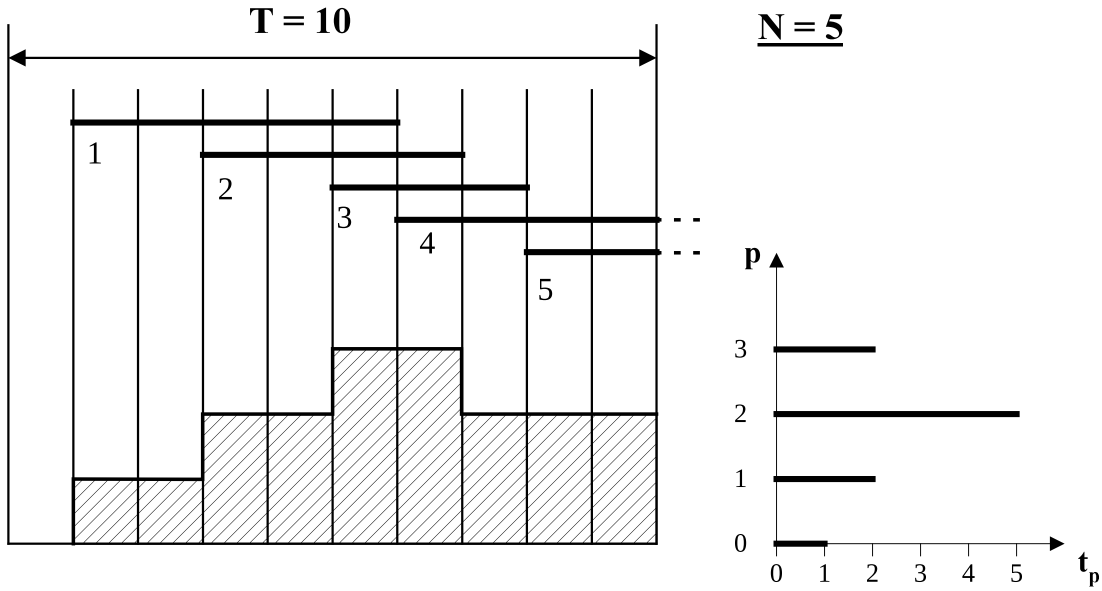
2 $$A = \frac{1}{T} \cdot \sum_{v=1}^{N} t_v$$

T = Longueur de la période de temps
t_v = Longueur de l'occupation no. v
N = Nombre total d'occupations

3 $$A = \frac{1}{T} \cdot \sum_{p=0}^{n} p \cdot t_p$$

p = Nombre d'occupations simultanées dans le groupe.
t_p = Temps total avec exactement p occupations.
n = Nombre maximum d'occupations = = nombre de circuits.

Exemple



1 $\boxed{A = y \cdot s}$

$$y = \frac{N}{T} = \frac{5}{10} = \underline{0.5 \text{ appels par unité de temps}}$$

$$s = \frac{1}{N} \cdot \sum t_v = \frac{1}{5} \cdot (5 + 4 + 3 + 4 + 2) =$$

$$= \frac{1}{5} \cdot 18 = \underline{3.6 \text{ unités de temps}}$$

$$A = y \cdot s = 0.5 \cdot 3.6 = \underline{1.8 \text{ Erlang}}$$

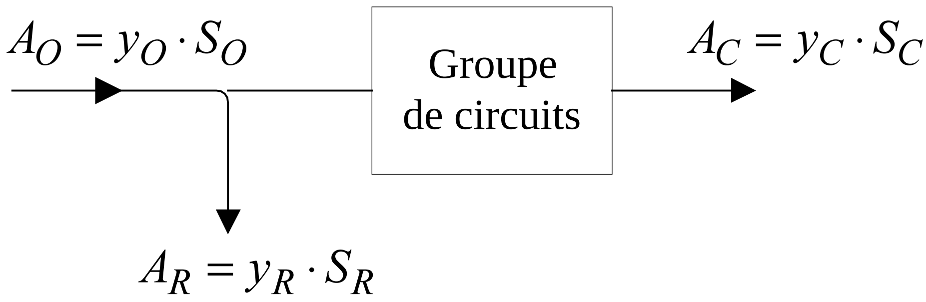
2 $\boxed{A = {}^{1}\!/_{T} \cdot \sum t_v}$

$$A = \frac{1}{10} \cdot 18 = \underline{1.8 \text{ Erlang}}$$

3 $\boxed{A = {}^{1}\!/_{T} \cdot \sum p \cdot t_p}$

$$A = \frac{1}{10} \cdot (0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 2) =$$

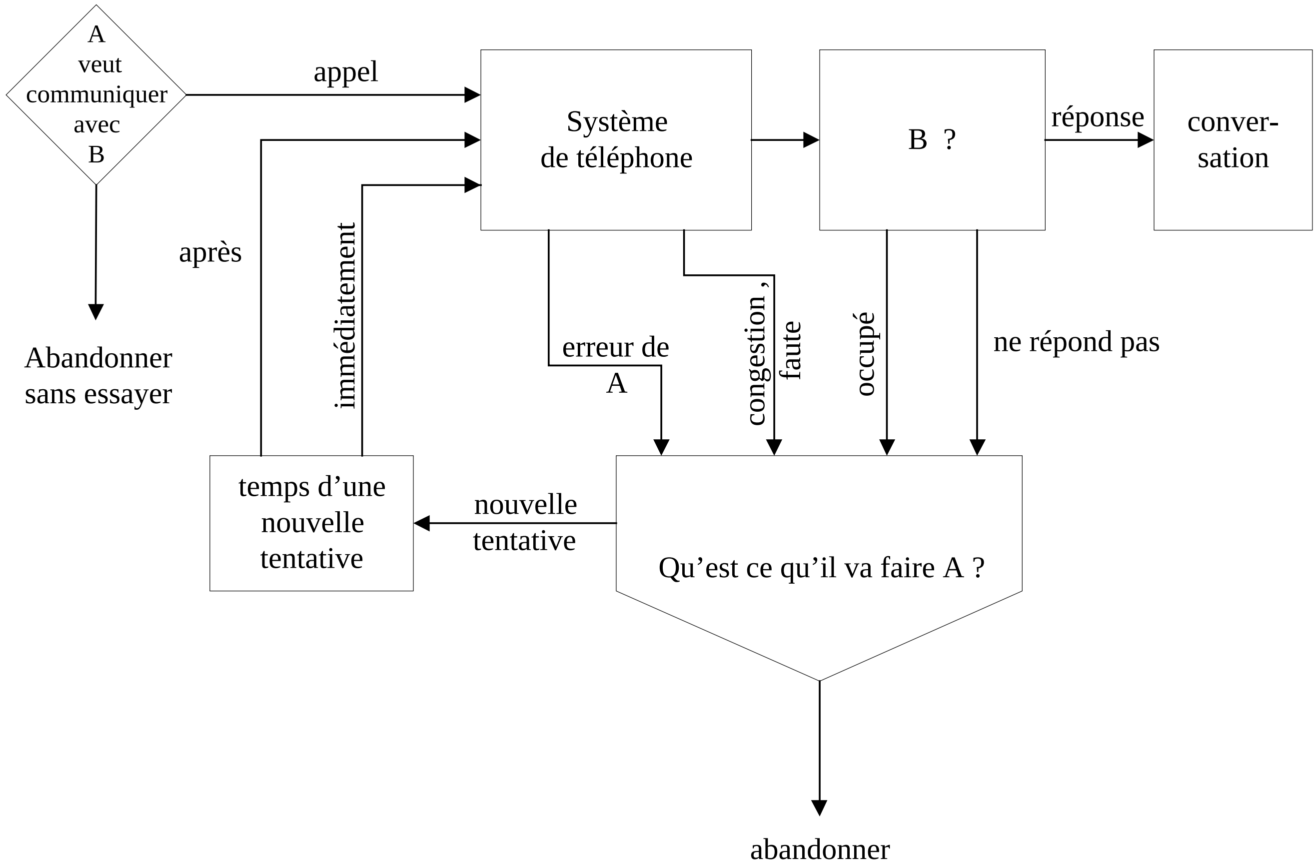
$$= \frac{1}{10} \cdot 18 = \underline{1.8 \text{ Erlang}}$$

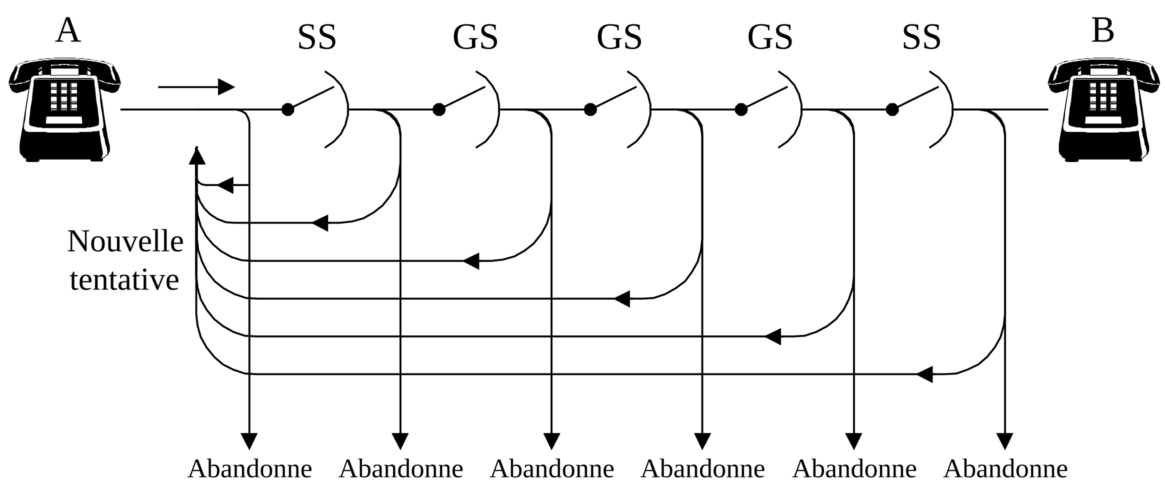


A_O = Trafic Offert
A_C = Trafic Ecoulé
A_R = Trafic Rejeté

①	$y_O = y_C + y_R$	est vrai!
②	$A_O = A_C + A_R$	est convenable pour les calculs de trafic!
③	$S_O = S_C = S_R = S$	n’est pas vraie, mais une conséquence de ① + ②!

Cependant, être prudent quand la congestion est élevée!


A veut communiquer avec B
appel
Système de téléphone
B ?
réponse
conver-sation
après
immédiatement
Abandonner sans essayer
erreur de A
congestion , faute
occupé
ne répond pas
temps d'une nouvelle tentative
nouvelle tentative
Qu'est ce qu'il va faire A ?
abandonner


A
SS
GS
GS
GS
SS
B
Nouvelle tentative
Abandonne
Abandonne
Abandonne
Abandonne
Abandonne
Abandonne

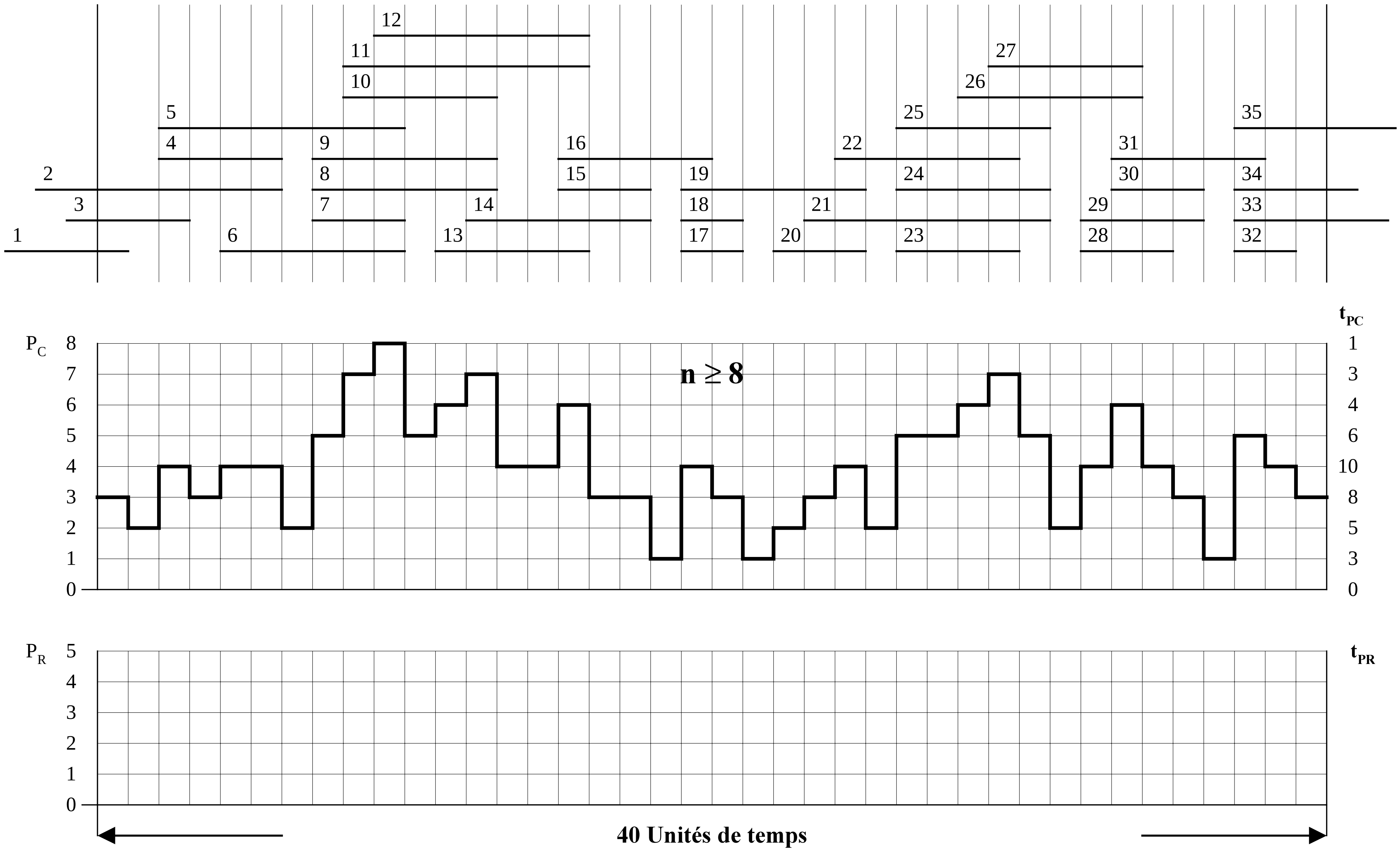
Nombre d'appels réussis
à la première tentative

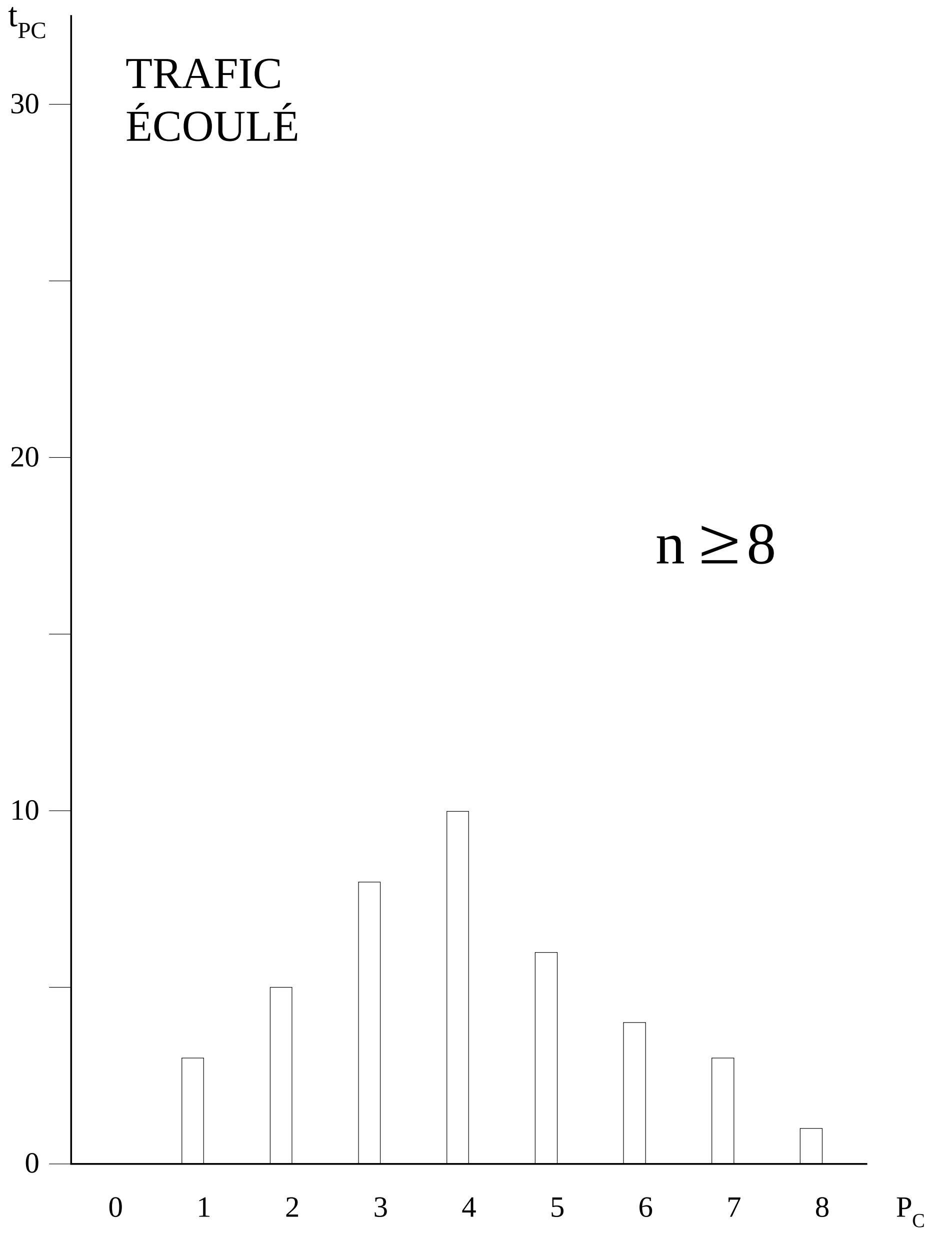
No. de tentative *i*	Appels originaux			TOT. No. de tentatives	
	Total *B*	Conversation *C*	Pas de conv. *A*	Total $T = i \cdot B$	Fautes $N = T - C$
1	140	57	83	140	83
2	63	37	26	126	89
3	41	22	19	123	101
4	22	7	15	88	81
5	6	3	3	30	27
6	15	3	12	90	87
7	2	-	2	14	14
8	3	1	2	24	23
9	3	1	2	27	26
11	1	-	1	11	11
19	1	1	-	19	18
Total	297	132	165	692	560

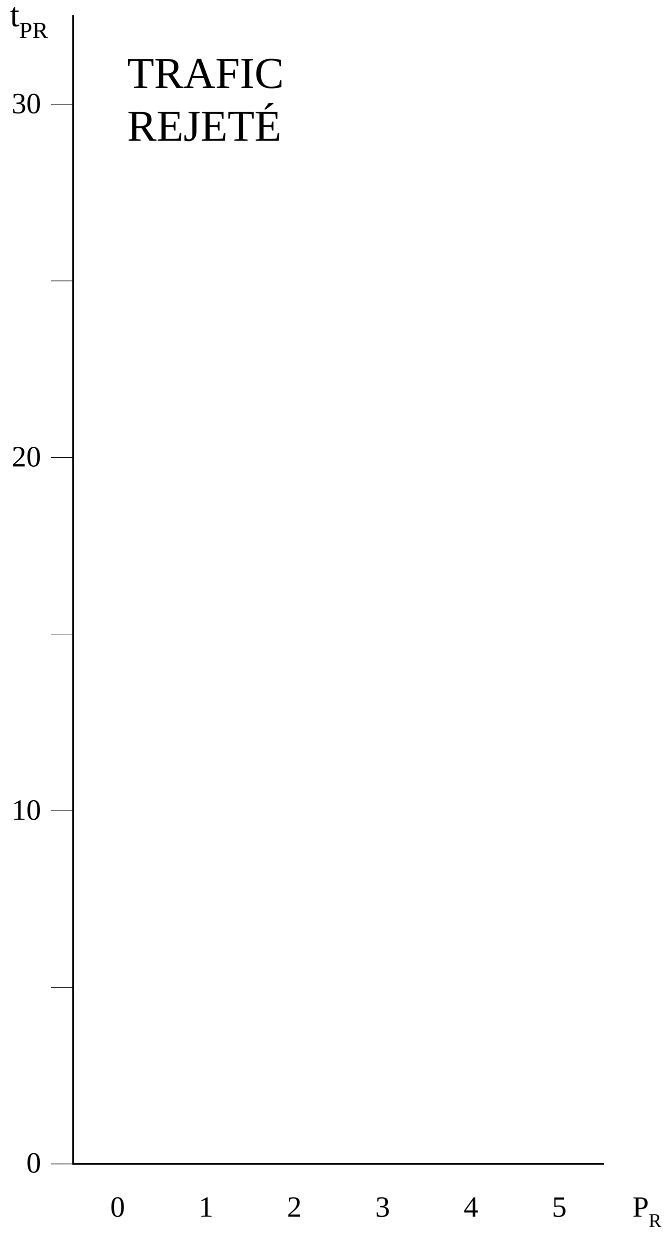
No. total. d'appels désirés

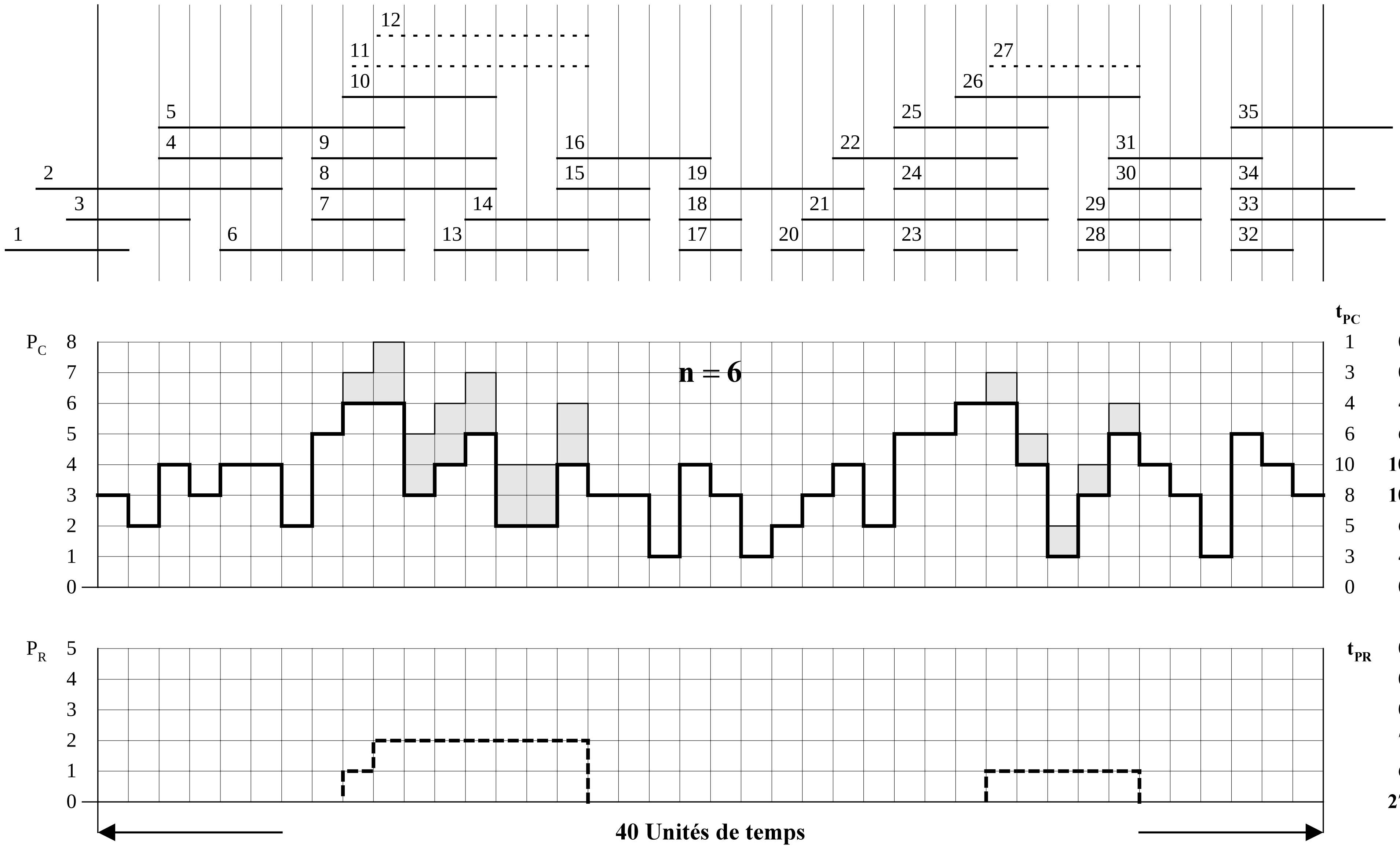
No. total. d'appels réussis

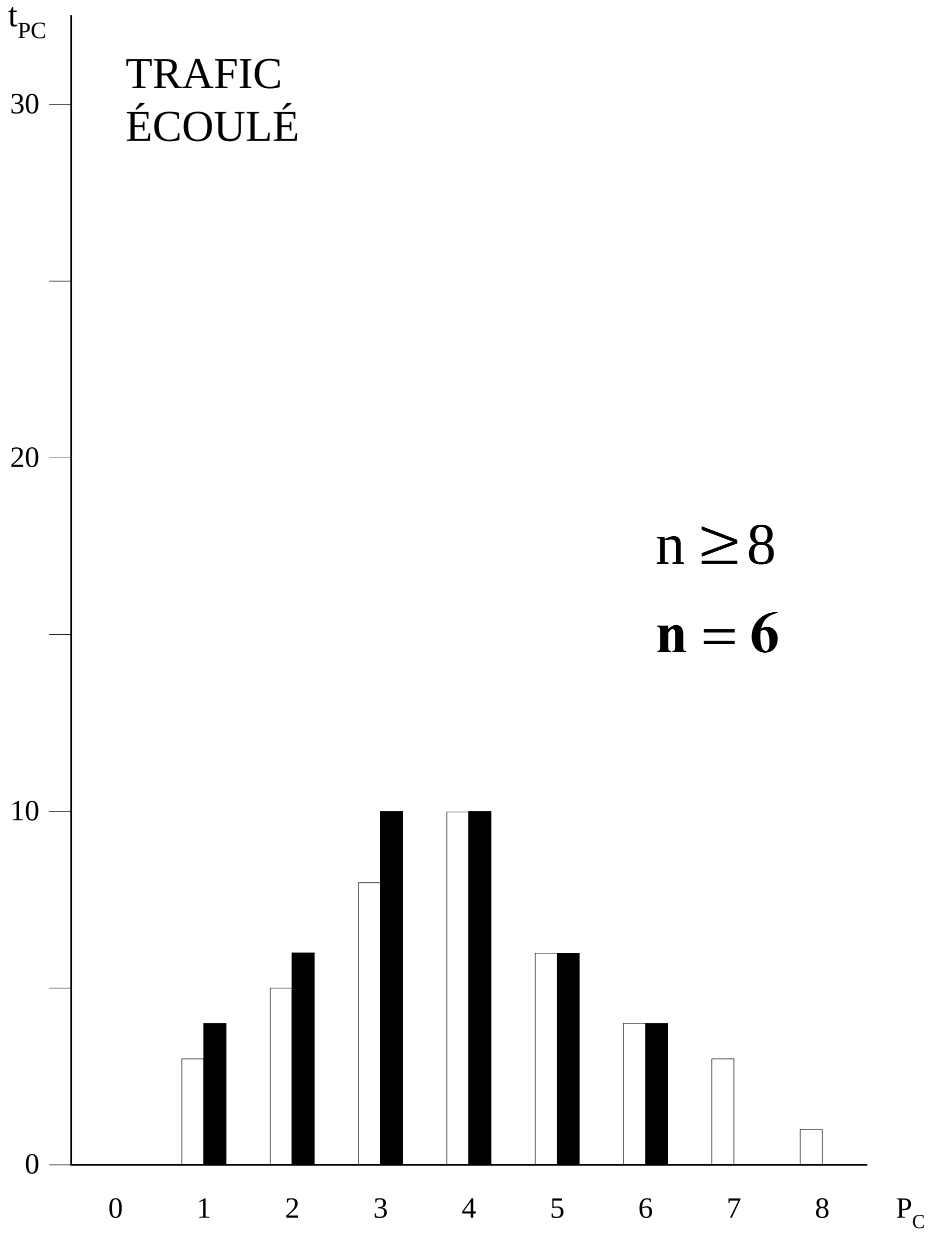
No. total. d'appels offerts

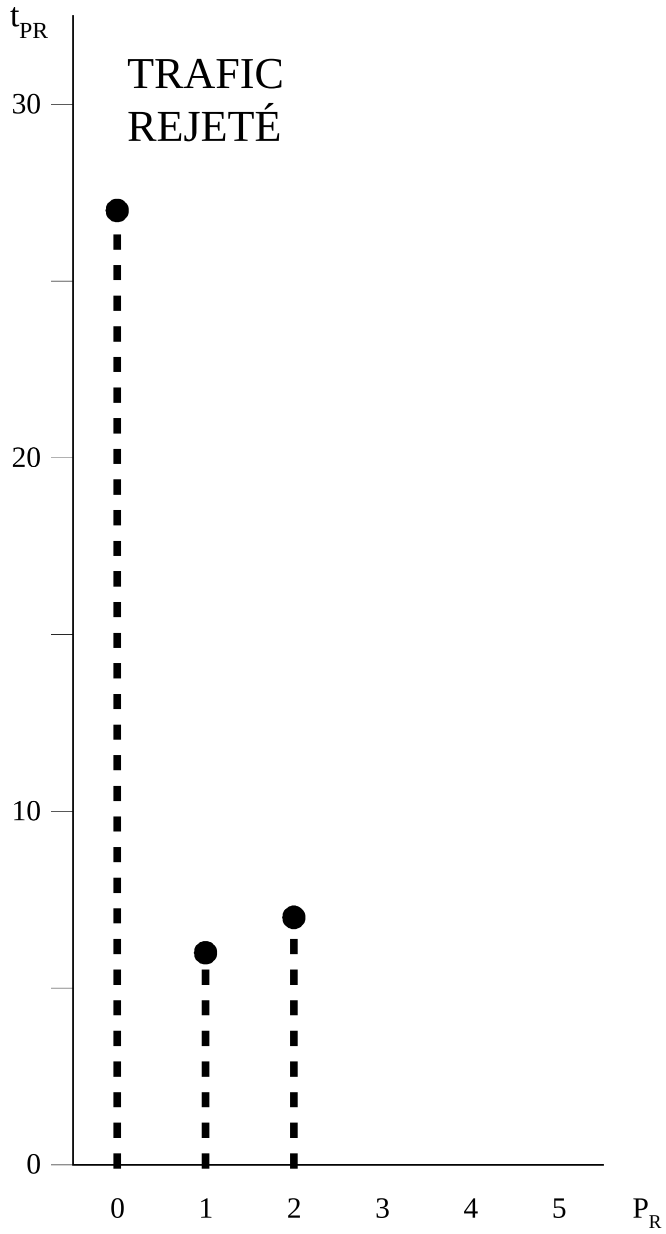

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35
P_C
8 7 6 5 4 3 2 1 0
t_PC
1 3 4 6 10 8 5 3 0
n ≥ 8
P_R
5 4 3 2 1 0
t_PR
40 Unités de temps

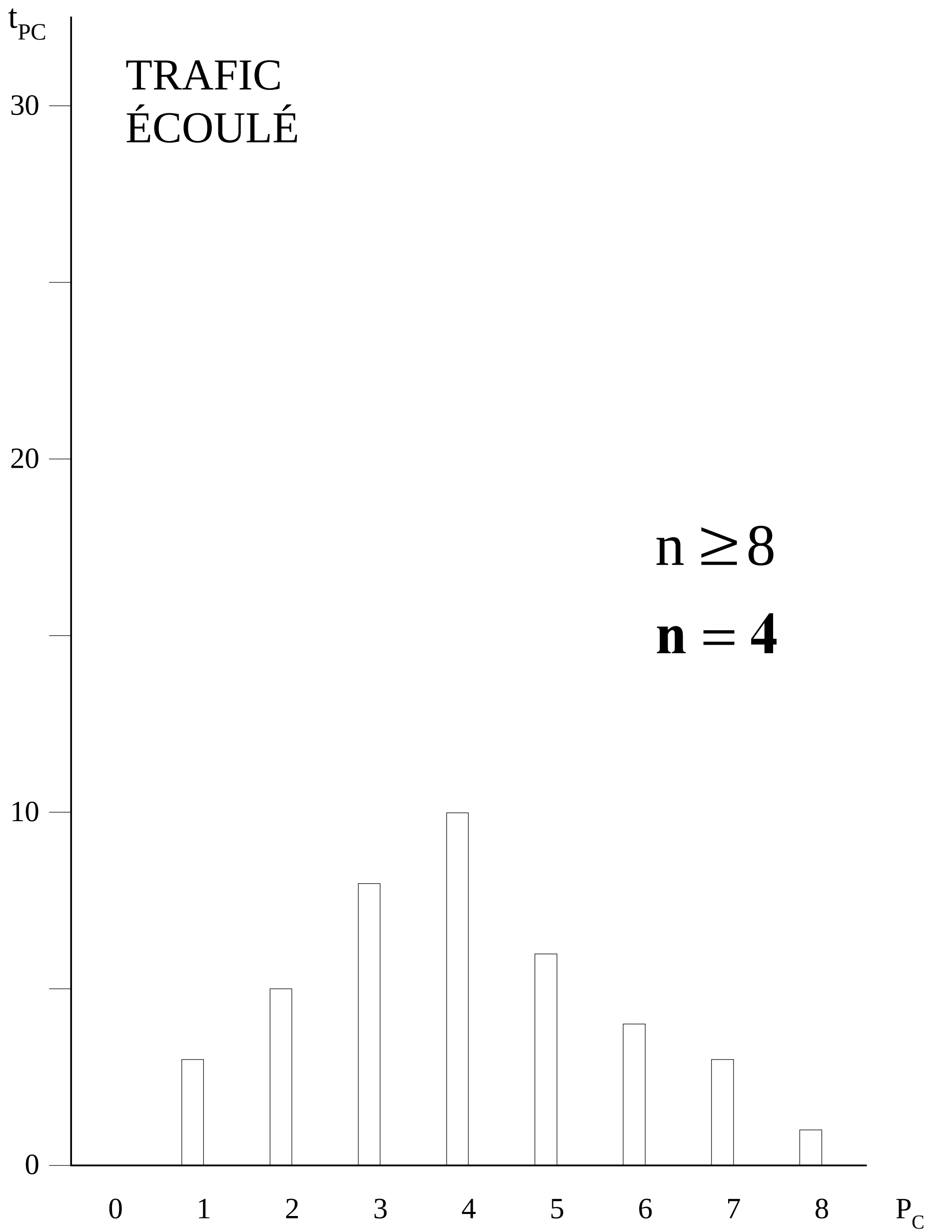

tPC
TRAFIC
ÉCOULÉ
30
20
10
0
n ≥ 8
0
1
2
3
4
5
6
7
8
PC


tPR
TRAFIC
REJETÉ
30
20
10
0
0
1
2
3
4
5
PR

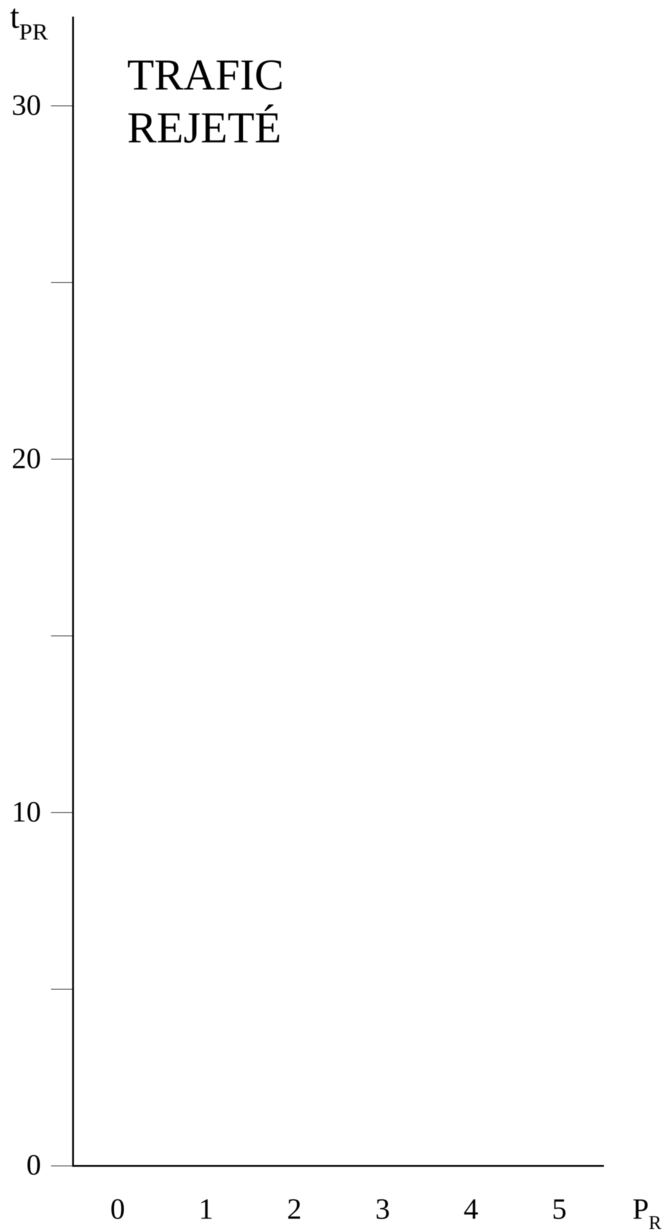

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
P_C
n = 6
t_PC
P_R
t_PR
40 Unités de temps


t_{PC}
TRAFIC
ÉCOULÉ
30
20
10
0
$n \geq 8$
n = 6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
P_C

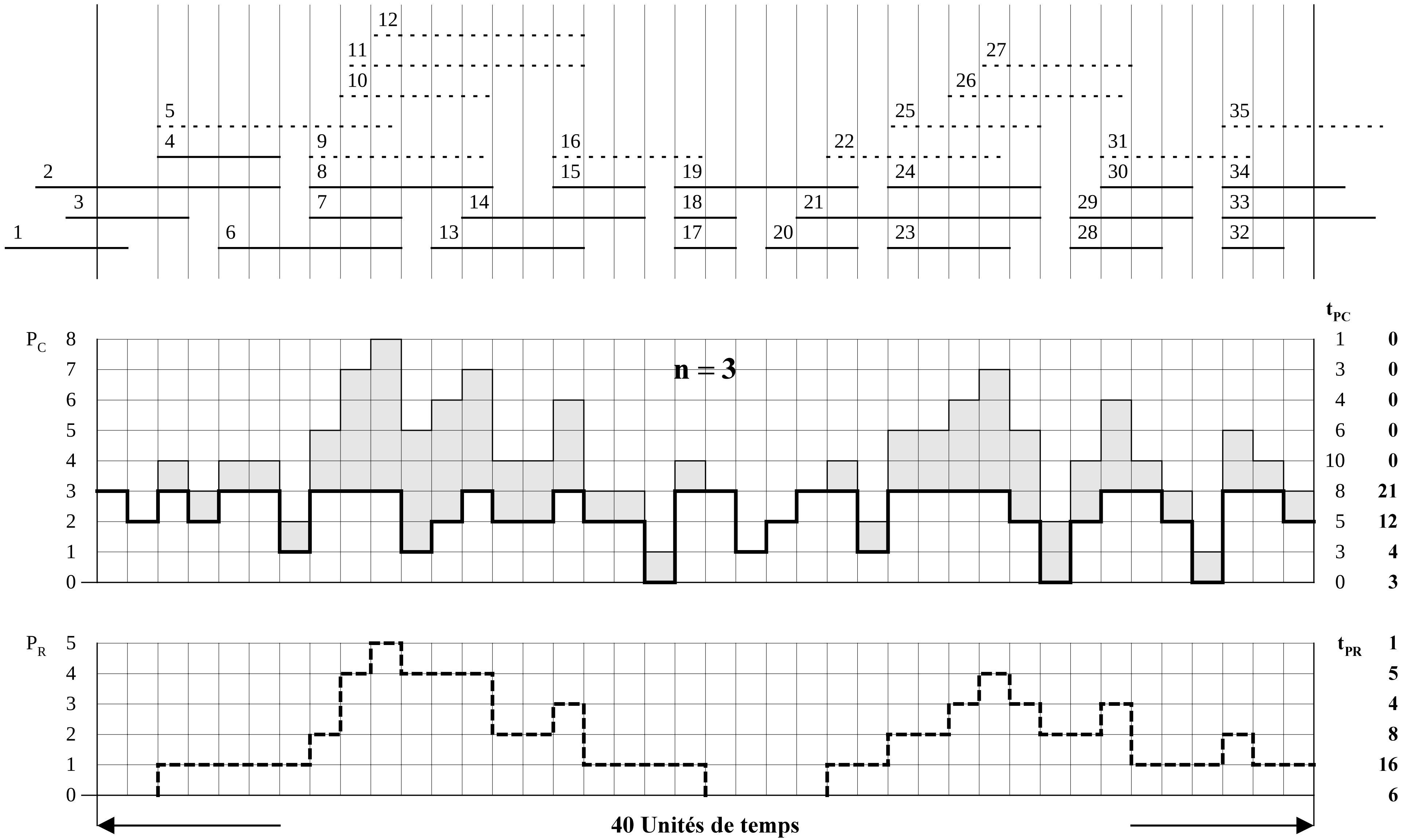

t_{PR}
TRAFIC
REJETÉ
30
20
10
0
0
1
2
3
4
5
P_R

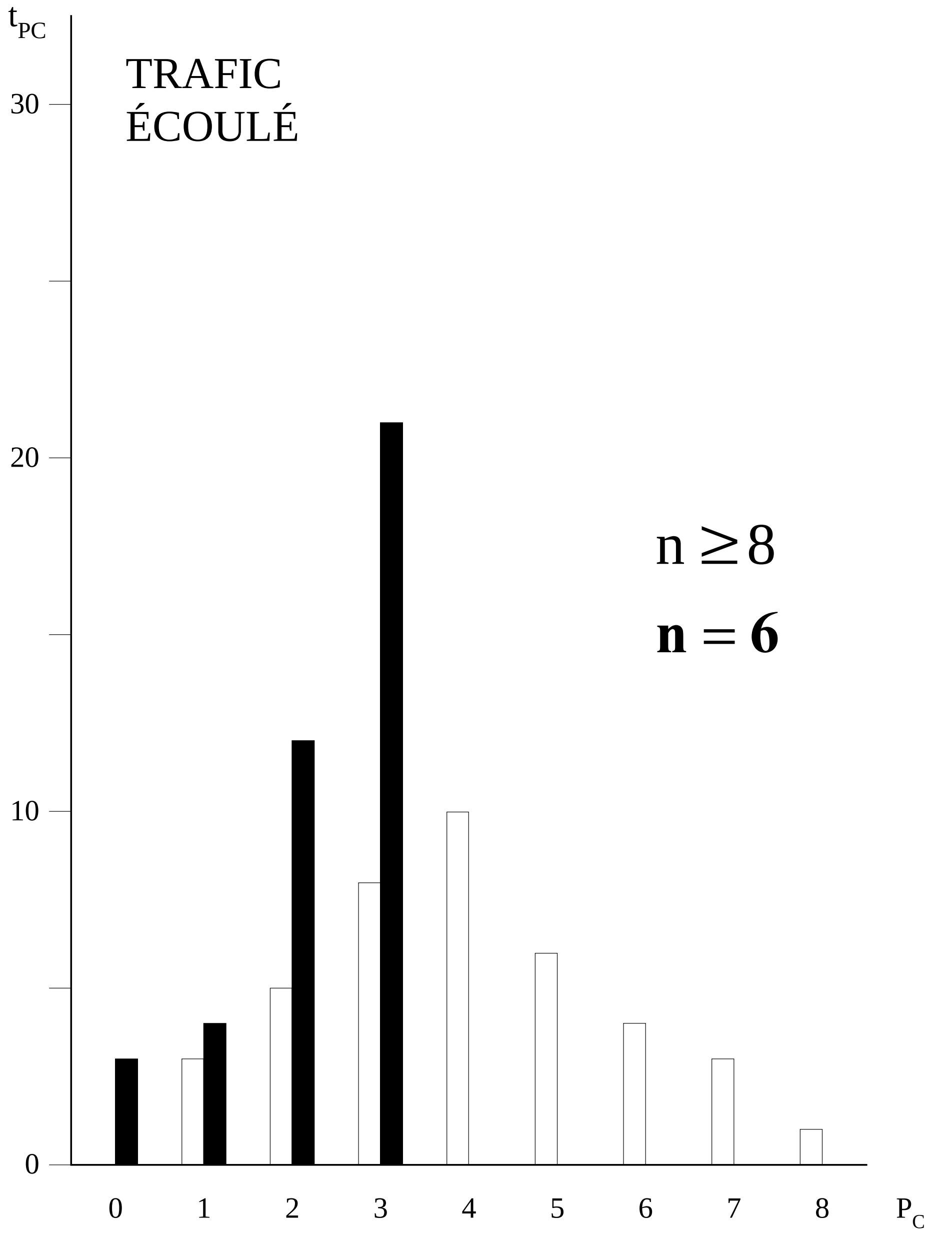


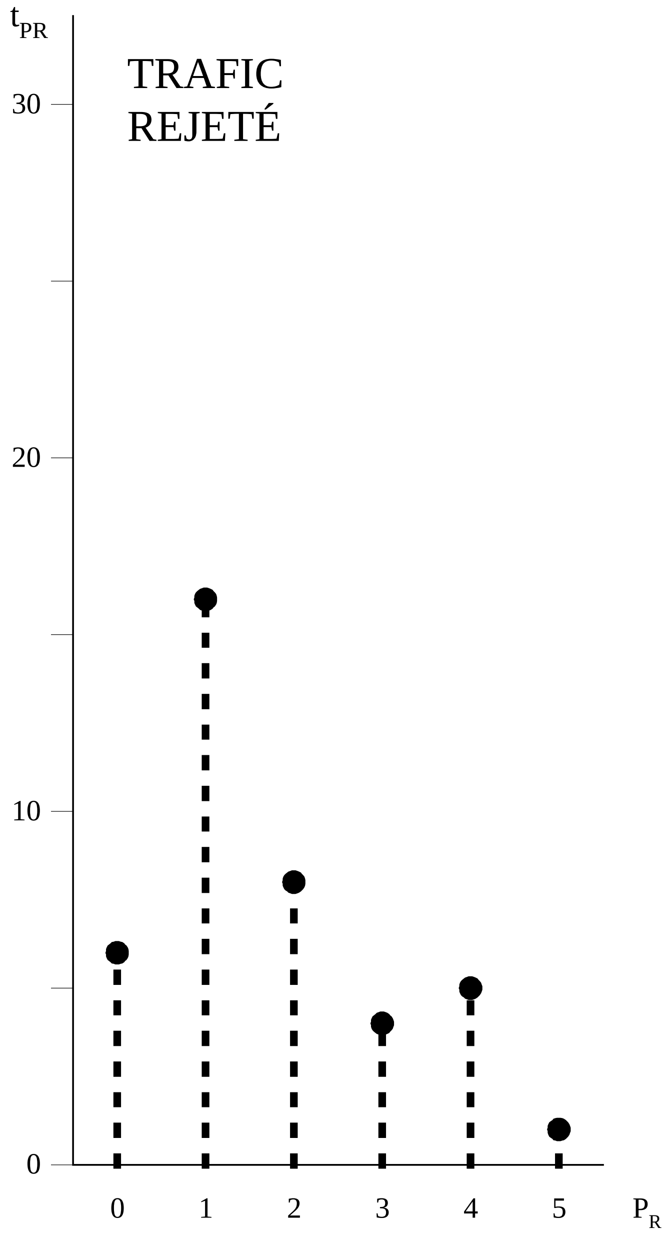
t_{PC}
TRAFIC
ÉCOULÉ
30
20
10
0
$n \geq 8$
n = 4
0
1
2
3
4
5
6
7
8
P_C



t_{PR}
TRAFIC
REJETÉ
30
20
10
0
0
1
2
3
4
5
P_R


1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35
P_C
n = 3
t_PC
8 7 6 5 4 3 2 1 0
1 3 4 6 10 8 5 3 0
0 0 0 0 0 21 12 4 3
P_R
5 4 3 2 1 0
t_PR
1 5 4 8 16 6
40 Unités de temps


t_PC
TRAFIC
ÉCOULÉ
30
20
10
0
n ≥ 8
n = 6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
P_C

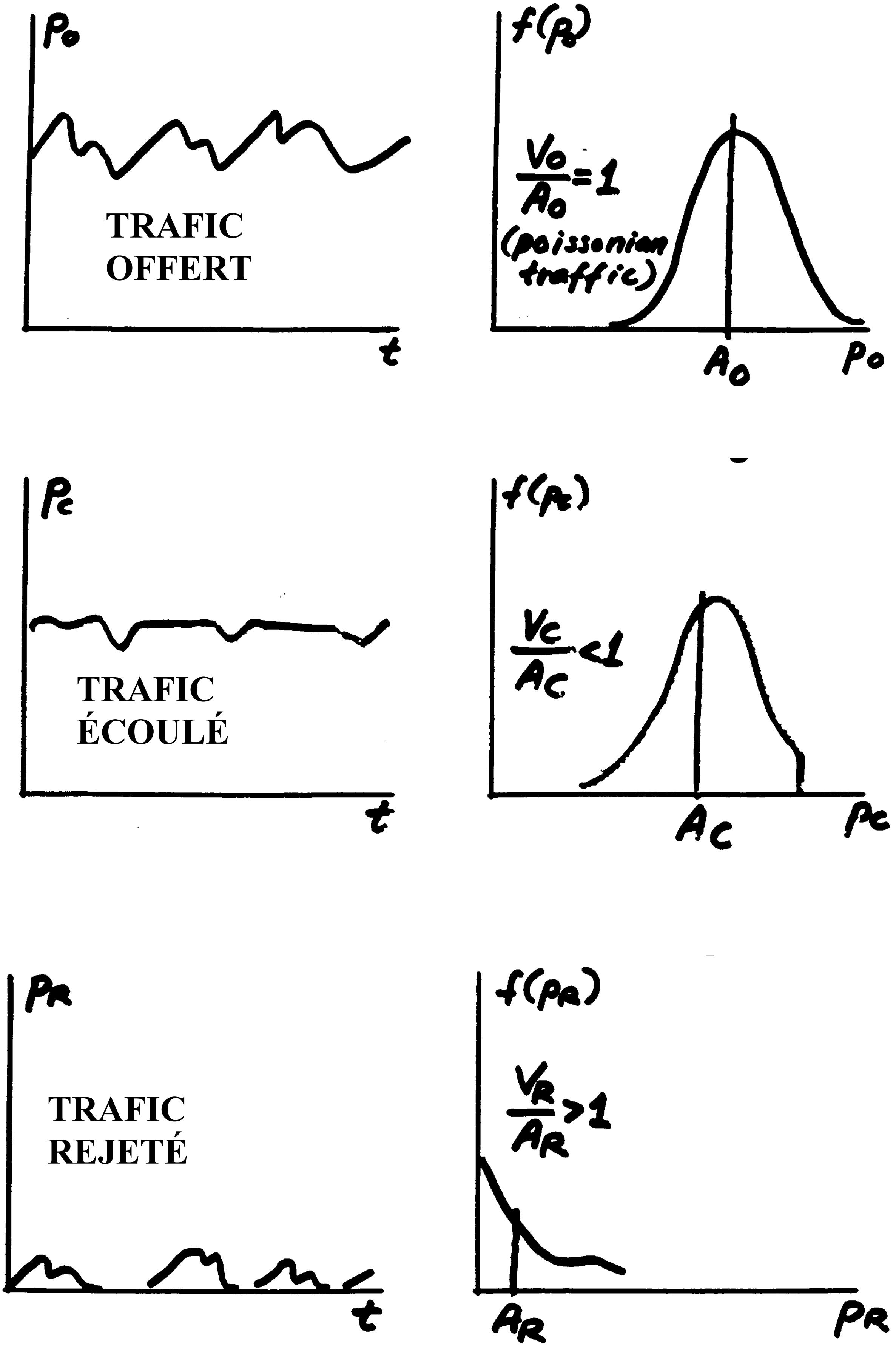

t_PR
TRAFIC
REJETÉ
30
20
10
0
0
1
2
3
4
5
P_R

<u>Exercice (cont.)</u>

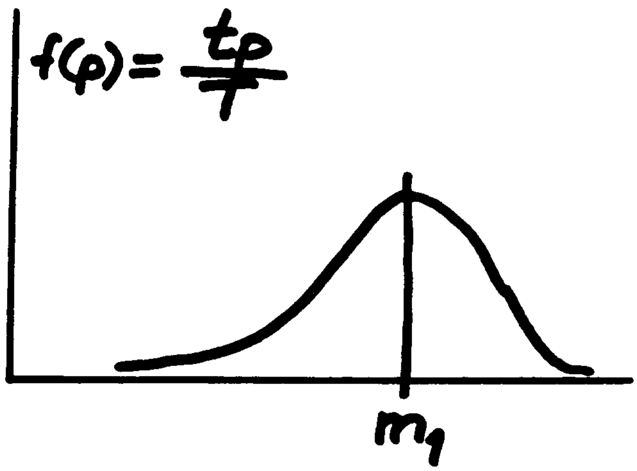
P_x (x = O, C ou R)	Trafic offert $(n \geq 8)$		n = 6				n = 4				n = 3			
			Trafic écoulé		Trafic rejeté		Trafic écoulé		Trafic rejeté		Trafic écoulé		Trafic rejeté	
	t_{P_o}	$P_o \cdot t_{P_o}$	t_{P_C}	$P_C \cdot t_{P_C}$	t_{P_R}	$P_R \cdot t_{P_R}$	t_{P_C}	$P_C \cdot t_{P_C}$	t_{P_R}	$P_R \cdot t_{P_R}$	t_{P_C}	$P_C \cdot t_{P_C}$	t_{P_R}	$P_R \cdot t_{P_R}$
0					27	0					3	0	6	0
1	3	3	4	4	6	6					4	4	16	16
2	5	10	6	12	7	14					12	24	8	16
3	8	24	10	30							21	63	4	12
4	10	40	10	40									5	20
5	6	30	6	30									1	5
6	4	24	4	24										
7	3	21												
8	1	8												
$\sum$	40	160	40	140	40	20					40	91	40	69
$A_x = \frac{\sum p_x \cdot t_{p_x}}{\sum t_{p_x}}$	160/40 = 4.0		140/40 = 3.5		20/40 = 0.5						91/40 =2.3		69/4 = 1.7	
	A_O		A_C		A_R		A_C		A_R		A_C		A_R	

Exercice (cont.)

n	"MESURE"					La table d'Erlang:
	Appels rejetés, Nos.	No. d'appels rejetés	B	E	A_R/A_O	E(=B)
8	-	0	0	1/40 = 0.03	0	0.03
6	11, 12, 27	3	3/32 = 0.09	4/40 = 0.10	05/40 = 0.13	0.12
4						
3	5, 9, 10, 11, 12, 16, 22, 25, 26, 27, 31, 35	12	12/32 = 0.38	21/40 = 0.53	1.7/4.0 = 0.43	0.45



Po
TRAFIC
OFFERT
t
f(Po)
Vo/Ao=1
(poissonian traffic)
Ao
Po
Pc
TRAFIC
ÉCOULÉ
t
f(Pc)
Vc/Ac<1
Ac
Pc
PR
TRAFIC
REJETÉ
t
f(PR)
VR/AR>1
AR
PR



$$m_1 = m = \sum_{p=0}^{n} p \cdot f(p)$$

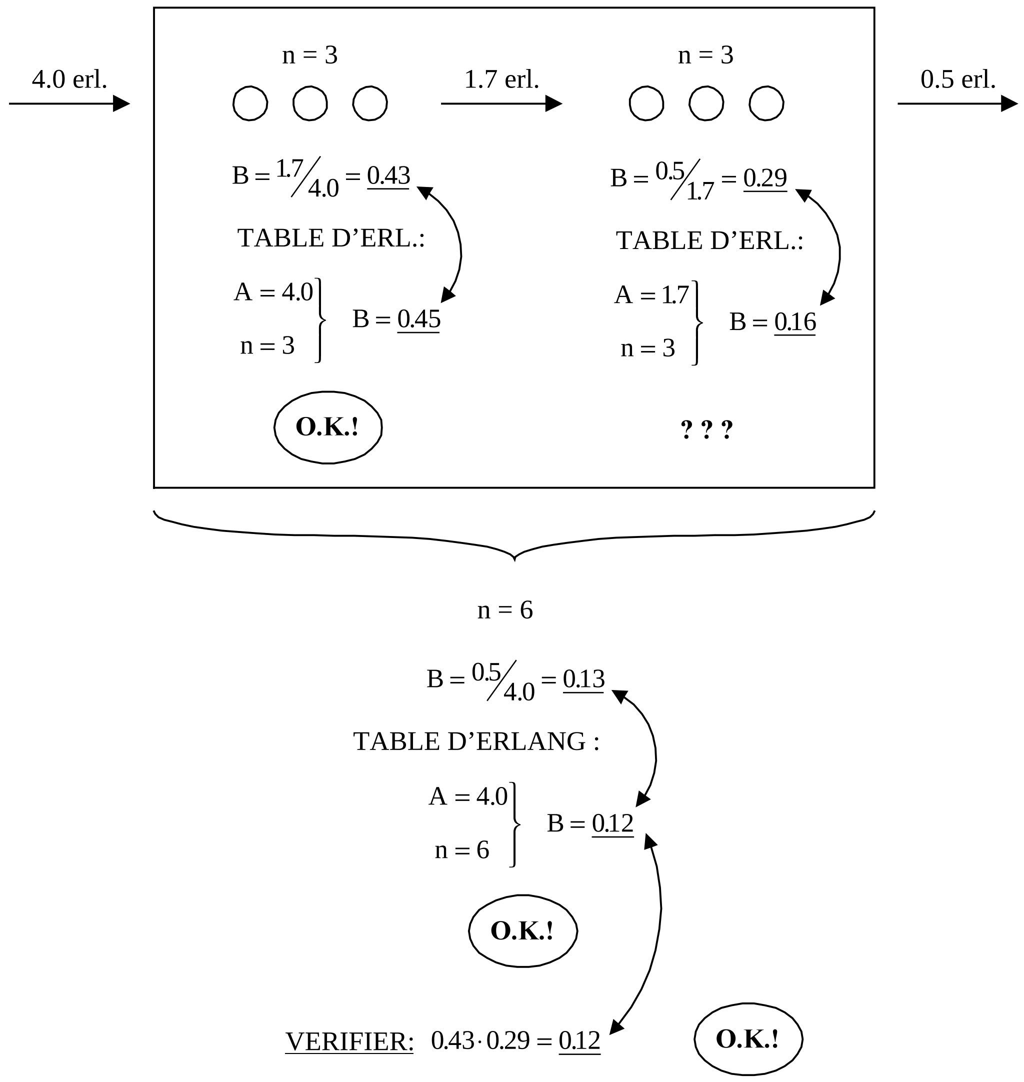
$$m_2 = v = \sum_{p=0}^{n} (p - m)^2 \cdot f(p)$$

pour

TRAFIC POISSONNIEN: m = v = A

(=trafic frais
de quelques sources)

	n ≥ 8, $m = A_0 = 4.0$				n = 6, $m=A_C=3.5$				$m=A_R=0.5$			
p	$\|p-m\|$	$\|p-m\|^2$	t_p	$t_p \cdot \|p-m\|^2$	$\|p-m\|$	$\|p-m\|^2$	t_p	$t_p \cdot \|p-m\|^2$	$\|p-m\|$	$\|p-m\|^2$	t_p	$t_p \cdot \|p-m\|^2$
0									0.5	0.25	27	6.75
1	3	9	3	27	2.5	6.25	4	25	0.5	0.25	6	1.5
2	2	4	5	20	1.5	2.25	6	13.5	1.5	2.25	7	15.75
3	1	1	8	8	0.5	0.25	10	2.5				
4	0	0	10	0	0.5	0.25	10	2.5				
5	1	1	6	6	1.5	2.25	6	13.5				
6	2	4	4	16	2.5	6.25	4	25				
7	3	9	3	27								
8	4	16	1	16								
$\sum$				120				82.0				24
v	v=120/40 = 3.0				v=82/40 = 2.1				v=24/40 = 0.6			
v/m	v/m = 3.0/4.0 = 0.75				v/m = 2.1/3.5 = 0.6				v/m = 0.6/0.5 = 1.2			



★ TABLE D'Erlang N'EST PAS VALABLE pour le dernier groupe !
Explication : Le trafic offert (1,7 Erl) N'EST PAS FRAIS !

Exercice:

Supposons T = 10 min

En tout, 32 nouveaux appels sont arrivés.

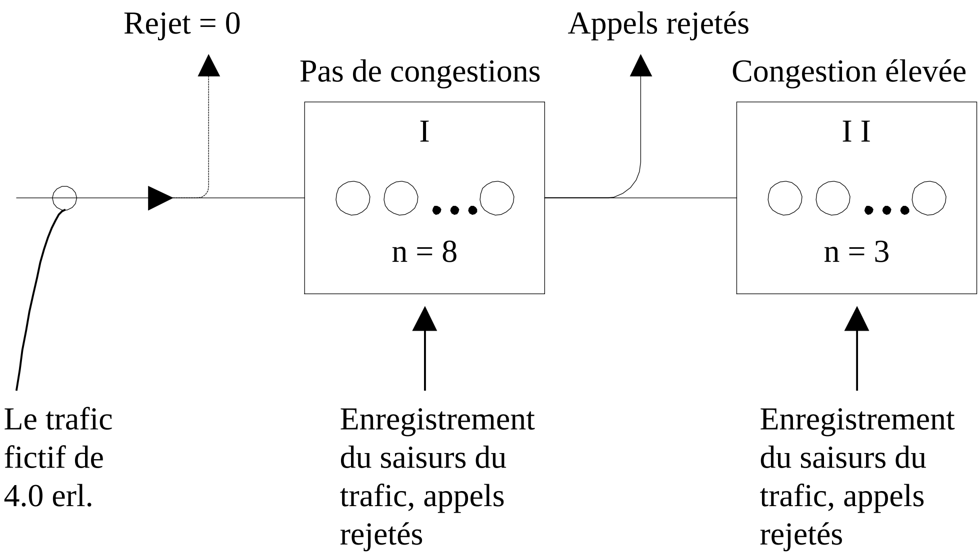
$$y_O = \frac{32}{10} = \underline{3.2 \text{ appels / min.}}$$

$$\underline{A_O = 4.0 \text{erl}}$$

Alors on calcul S_O:

$$S_O = \frac{A_O}{y_O} = \frac{4.0}{3.2} = \underline{1.25 \text{min}}$$

Quelles valeurs devraient etre mesurees et calculees pour l'arrangement (fictif) suivant?
Chaque appel devrait occupé un circuit dans le groupe I. Immédiatement après la libération, le groupe II devrait être appelé. Si un circuit libre est trouvé, la connexion devrait avoir lieu et les deux circuits sont occupés tout le temps. Cependant le groupe II devrait rejeter l'appel, le circuit dans le groupe I devrait être libéré immédiatement.



(cont)

		Groupe I	Groupe II
VAL. ENREGISTREES	A_C		
	y_C		
	y_R		
VAL. CALCULEES	S_C		
	B		
	A_O		