



UNION INTERNATIONALE DES TÉLÉCOMMUNICATIONS

CCITT

E.506 (rév.1)

COMITÉ CONSULTATIF
INTERNATIONAL
TÉLÉGRAPHIQUE ET TÉLÉPHONIQUE

**SERVICE TÉLÉPHONIQUE ET RNIS
QUALITÉ DE SERVICE, GESTION
DU RÉSEAU ET INGÉNIERIE DU TRAFIC**

**PRÉVISION DU TRAFIC TÉLÉPHONIQUE
INTERNATIONAL**

Recommandation E.506 (rév.1)



Genève, 1992

AVANT-PROPOS

Le CCITT (Comité consultatif international télégraphique et téléphonique) est un organe permanent de l'Union internationale des télécommunications (UIT). Il est chargé de l'étude des questions techniques, d'exploitation et de tarification, et émet à ce sujet des Recommandations en vue de la normalisation des télécommunications à l'échelle mondiale.

L'Assemblée plénière du CCITT, qui se réunit tous les quatre ans, détermine les thèmes d'études et approuve les Recommandations rédigées par ses Commissions d'études. Entre les Assemblées plénières, l'approbation des Recommandations par les membres du CCITT s'effectue selon la procédure définie dans la Résolution n° 2 du CCITT (Melbourne, 1988).

La Recommandation E.506, que l'on doit à la Commission d'études II, a été approuvée le 16 juin 1992 selon la procédure définie dans la Résolution n° 2.

NOTE DU CCITT

Dans cette Recommandation, l'expression «Administration» est utilisée pour désigner de façon abrégée aussi bien une Administration de télécommunications qu'une exploitation privée reconnue de télécommunications.

© UIT 1992

Droits de reproduction réservés. Aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'éditeur.

PRÉVISION DU TRAFIC TÉLÉPHONIQUE INTERNATIONAL¹⁾

(révisée en 1992)

1 Introduction

La présente Recommandation est la première d'une série de trois Recommandations qui traitent de la prévision du trafic international des télécommunications.

En matière d'exploitation et de gestion du réseau téléphonique international, un développement adéquat et satisfaisant de celui-ci dépend en grande partie des estimations que l'on peut faire pour l'avenir. En conséquence, pour établir des plans relatifs à la mise en œuvre du matériel et des circuits, comme pour les investissements nécessaires à cet effet, les Administrations doivent prévoir le trafic que le réseau acheminera. Etant donné le montant élevé des investissements qui sont consentis pour le réseau international, on se rend compte immédiatement de l'importance que revêtent des prévisions sûres.

Le but de la présente Recommandation est de donner des directives concernant certaines conditions préalables pour la prévision du trafic international des télécommunications. Les données de base, non seulement les données concernant le trafic et les communications, mais aussi les données économiques, sociales et démographiques sont d'une importance vitale pour la prévision. Cette série de données peut être incomplète; des méthodes sont recommandées pour le traitement des données qui font défaut. Différentes méthodes de prévision sont présentées: la méthode de prévision directe et la méthode de prévision composite, la prévision des matrices de trafic et les procédures descendante et ascendante.

La Recommandation E.507 donne des directives pour la construction de modèles de prévision et contient une vue d'ensemble des diverses techniques de prévision. La Recommandation E.508 concerne la prévision de nouveaux services internationaux de télécommunications.

2 Données de base pour les prévisions

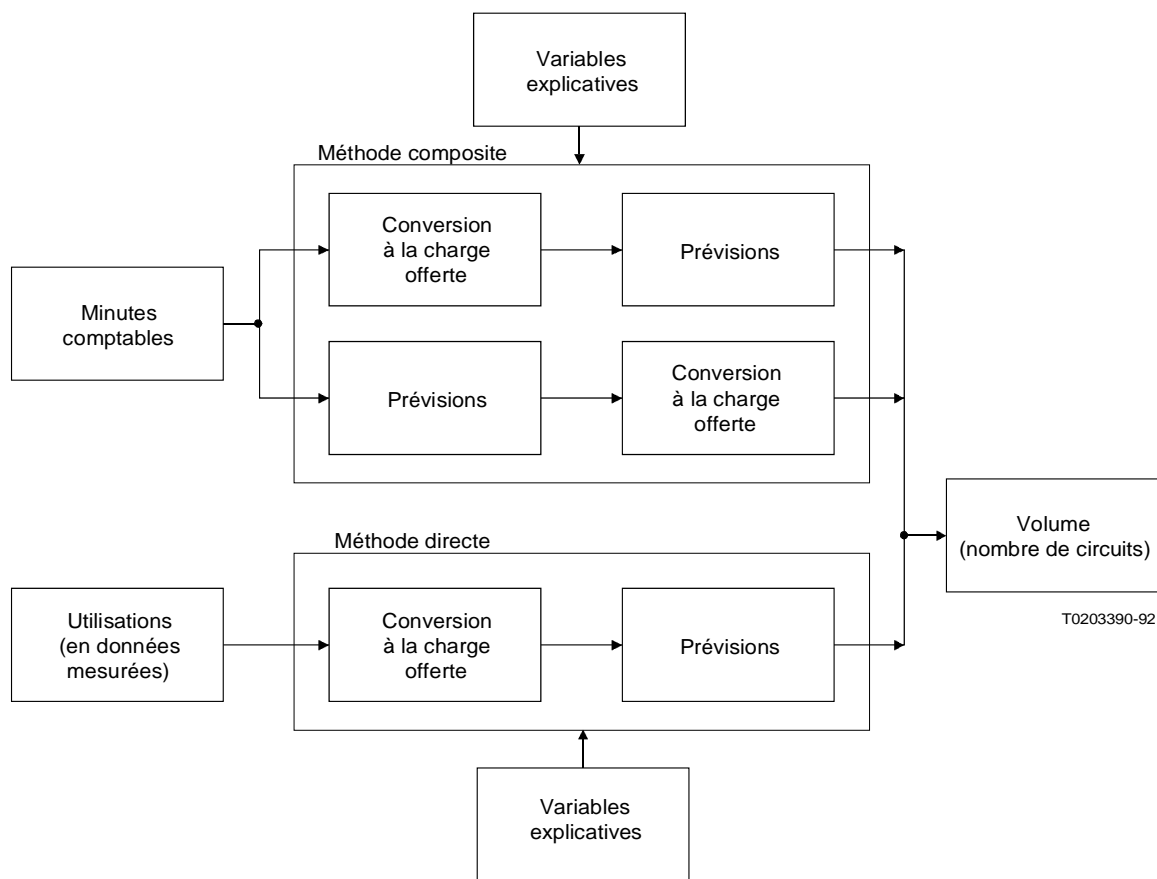
Le nombre estimé de circuits nécessaires pour chacune des périodes sur laquelle portent les prévisions constitue un des résultats du processus de prévision du trafic international. Pour obtenir ces valeurs, on a appliqué des techniques d'ingénierie du trafic aux prévisions en erlangs, unité de mesure du trafic. La figure 1/E.506 indique deux méthodes différentes pour déterminer les prévisions en erlangs.

Les deux méthodes de prévision sont la méthode directe et la méthode composite. La première étape, dans chaque processus, consiste à rassembler des données brutes. Ces données brutes, peut-être adaptées, constitueront les données de base utilisées pour établir les prévisions de trafic. Les données de base peuvent être établies par heure, par jour, par mois, par trimestre ou par année. La plupart des Administrations utilisent les données de comptabilité mensuelle pour établir les prévisions.

Avec la méthode directe, le trafic écoulé en erlangs, ou toute autre unité de mesure, pour chaque relation doit être considéré comme constituant les données de base pour la prévision de l'accroissement du trafic. Ces données peuvent être adaptées pour justifier des faits tels que la régénération (voir la Recommandation E.500).

Dans les deux méthodes (directe et composite) il est nécessaire de convertir le trafic acheminé en trafic offert (en erlangs). La formule de conversion figure dans la Recommandation E.501 pour la méthode directe et dans la présente Recommandation pour la méthode composite.

¹⁾ Le texte de l'ancienne Recommandation E.506 du *Livre rouge* a été réparti entre les nouvelles Recommandations E.506 et E.507 avec l'adjonction d'un grand nombre d'éléments nouveaux.



T0203390-92

FIGURE 1/E.506
Méthodes directe et composite

La méthode de prévision composite utilise les données comptables internationales historiques du nombre de minutes taxées par mois en tant que données de base. Les données peuvent être adaptées, soit avant, soit après le processus de prévision par un certain nombre de coefficients, qui sont utilisés pour convertir les minutes payées sur la base des données comptables dans les prévisions à l'heure chargée, en erlangs.

Comme on peut le voir dans la figure 1/E.506, le processus de prévision est commun aux deux méthodes directe et composite. Cependant, les méthodes ou modèles actuels utilisés dans le processus varient. Les prévisions peuvent être établies par exemple, en utilisant la méthode des matrices de trafic (voir le § 4), les modèles économétriques ou les modèles à autorégression (voir le § 3 de la Recommandation E.507). Il y a diverses autres données qui sont introduites dans le processus de prévision. Les variables explicatives, les informations de segmentation de marché et l'élasticité des prix constituent des exemples.

Dans tous les cas où cela est possible, il convient d'utiliser à la fois la méthode de prévision directe et la méthode de prévision composite, et de comparer les résultats. Cette comparaison est susceptible de révéler des divergences qui n'apparaissent pas immédiatement lorsqu'on applique une seule des deux méthodes. Si ces divergences sont importantes, notamment dans le cas de l'heure chargée, il convient d'en déterminer les causes avant d'adopter la prévision obtenue.

Dans les modèles économétriques spécialement, les variables explicatives sont utilisées pour prévoir le trafic international. Certaines des plus importantes de ces variables sont les suivantes:

- exportation,
- importation,

- degré d'automatisation,
- qualité de service,
- décalage horaire entre pays,
- tarifs,
- indice des prix à la consommation, et
- produit national brut.

Il peut aussi être important de considérer d'autres variables explicatives, telles que les voyageurs d'affaires étrangers et les ressortissants vivant dans d'autres pays. Il est recommandé que les bases de données pour les variables explicatives soient aussi détaillées que possible pour fournir le plus grand nombre de renseignements au processus de prévision.

Les prévisions peuvent être fondées sur la segmentation du marché. Les données de base peuvent être segmentées, par exemple, selon des lignes régionales, par entreprises, autres qu'entreprises, ou par type de service. L'élasticité des prix doit également être envisagée si possible, pour quantifier le rôle que jouent les tarifs sur les données de prévision.

3 Méthode composite – Méthode de conversion

Lorsqu'on utilise simultanément les méthodes composite et directe, et chaque fois que l'on dispose de données antérieures, il y a lieu de déterminer le rapport global minute taxée/erlang sur la base de la valeur actuelle de la relation en question, des tendances observées et des objectifs futurs.

En l'absence de données, la conversion se fera au moyen de la formule:

$$A = Mdh/60e \quad (3-1)$$

dans laquelle

- A* est le trafic moyen estimé pendant l'heure chargée,
- M* est le nombre total mensuel des minutes taxées,
- d* est le rapport jour/mois,
- h* est le rapport heure chargée/jour,
- e* est le coefficient d'efficacité.

La formule ci-dessus fait l'objet d'une description détaillée dans l'annexe A.

4 Procédures de prévision des matrices de trafic

4.1 Introduction

Pour faire des prévisions de matrices de trafic ou point à point, on peut utiliser les méthodes suivantes:

- prévisions point à point directes,
- méthode de Kruithof,
- développement de la méthode de Kruithof,
- méthodes des moindres carrés pondérés.

Il est aussi possible de concevoir un modèle de filtre de Kalman pour le trafic de point à point en tenant compte des prévisions globales. Tu et Pack décrivent ce modèle cité en [16].

Les méthodes de prévision peuvent être utilisées pour obtenir des prévisions du trafic à l'intérieur de groupes de pays, par exemple les pays nordiques, mais aussi pour faire des prévisions du trafic national à différents niveaux.

4.2 *Prévisions point à point directes*

On parvient généralement à obtenir de meilleures prévisions pour le trafic accumulé que pour le trafic à un niveau inférieur.

Donc, la précision sera relativement meilleure pour les prévisions du trafic sortant (somme des rangées) ou du trafic entrant (somme des colonnes) entre un pays et un groupe de pays que pour des prévisions séparées par pays.

Dans ce cas, il est possible d'ajuster les prévisions individuelles compte tenu des prévisions globales.

Cependant, si les prévisions des différents éléments de la matrice de trafic se révèlent aussi bonnes que les prévisions accumulées, il n'est pas nécessaire d'ajuster les prévisions.

On peut évaluer la précision relative des prévisions en comparant les rapports de $\hat{\sigma}(X)/X$, X étant la prévision et $\hat{\sigma}(X)$ l'erreur de prévision estimée.

4.3 *Méthode de Kruithof*

La méthode de Kruithof [11] est bien connue: on utilise la dernière matrice de trafic connue et les prévisions de la somme des rangées et des colonnes pour faire des prévisions de la matrice de trafic. Ceci peut être effectué au moyen d'une procédure d'itération efficace.

La méthode de Kruithof ne tient pas compte des variations dans le temps du trafic point à point. Du fait que seule la dernière matrice de trafic connue est utilisée, les renseignements sur les matrices de trafic précédentes n'entrent pas dans les prévisions. Surtout lorsque la croissance du trafic distinct point à point varie, cela risque de ne pas être avantageux. Cette méthode de Kruithof peut aussi donner de mauvaises prévisions lorsque les matrices de trafic reflètent des données saisonnières.

4.4 *Développement de la méthode de Kruithof*

La méthode de Kruithof classique est une projection du trafic fondée sur la dernière matrice de trafic connue et sur des prévisions des sommes rangées/colonnes.

On peut développer la méthode de Kruithof en tenant compte non seulement des prévisions pour les rangées et les colonnes mais aussi des prévisions pour le trafic point à point. On ajuste ensuite les prévisions de trafic point à point pour obtenir une cohérence avec les prévisions des sommes rangées/colonnes.

La méthode de Kruithof développée est supérieure à la méthode classique et est donc recommandée.

4.5 *Méthode des moindres carrés pondérés*

La méthode des moindres carrés pondérés est encore un développement de la méthode précédente. Admettons $\{C_{ij}\}$ et que $\{C_i\}$ et $\{C_j\}$ soient respectivement des prévisions du trafic point à point, des sommes rangées et des sommes colonnes.

Avec la méthode développée de Kruithof, on suppose que les sommes rangées et colonnes sont «vraies» et on ajuste $\{C_{ij}\}$ pour obtenir la cohérence.

La méthode des moindres carrés pondérés [2] part de l'hypothèse que les prévisions point à point et les prévisions des sommes rangées et colonnes sont incertaines. Un moyen raisonnable de résoudre le problème consiste à donner aux différentes prévisions différents poids.

Admettons que les prévisions des moindres carrés pondérés soient $\{D_{ij}\}$. La somme carrée Q est définie par la formule:

$$Q = \sum_{ij} a_{ij} (C_{ij} - D_{ij})^2 + \sum_i b_i (C_i - D_i)^2 + \sum_j c_j (C_j - D_j)^2 \quad (4-1)$$

où $\{a_{ij}\}$, $\{b_i\}$, $\{c_j\}$ sont des constantes ou des poids choisis.

On obtient les prévisions des moindres carrés pondérés au moyen de la formule:

$$\text{Min } Q(D_{ij})$$

à condition que

$$D_{i\cdot} = \sum_j D_{ij} \quad i = 1, 2, \dots \quad (4-2)$$

et que

$$D_{\cdot j} = \sum_i D_{ij} \quad j = 1, 2, \dots$$

Un choix naturel de poids est l'inverse de la variance des prévisions. Un moyen d'estimer l'écart type des prévisions est d'effectuer une prévision ex-post puis de calculer la moyenne quadratique des erreurs.

Les propriétés de cette méthode sont analysées dans le document [14].

5 Méthodes descendantes et ascendantes

5.1 Choix du modèle

Le but recherché est d'obtenir des prévisions sur le trafic échangé entre différents pays. Pour que cette évaluation revête un sens, il faut que le trafic échangé entre les pays ne soit pas trop minime afin d'obtenir des prévisions assez précises. Une méthode de ce genre est généralement appelée méthode ascendante.

On peut procéder autrement: lorsque le trafic échangé entre les pays en question est faible, il est préférable de commencer par prévoir le trafic obtenu pour un groupe de pays plus important. Ces prévisions servent souvent de base à l'élaboration des prévisions relatives au trafic écoulé vers chaque pays. On utilise alors une procédure de correction qui sera décrite plus en détail ci-après. Les méthodes de ce type sont appelées méthodes descendantes. Viennent maintenant quelques observations indiquant dans quel cas il est préférable d'utiliser l'une ou l'autre des deux méthodes:

Supposons que $\sigma^{2,T}$ soit la variance des prévisions globales, $\sigma^{2,i}$ la variance des prévisions locales n° i et γ_{ij} la covariance des prévisions locales n° i et j . Si l'inégalité suivante est vraie:

$$\sigma^{2,T} < \sum_i \sigma_i^2 + \sum_{i \neq j} \gamma_{ij} \quad (5-1)$$

dans ce cas, en général, il n'est pas recommandé d'utiliser la méthode ascendante, mais d'utiliser la méthode descendante.

Très souvent, il est possible d'utiliser un modèle de prévision plus avancé au niveau global. De plus, à un niveau global, les données sont peut-être plus homogènes et moins tributaires de modifications stochastiques que des données considérées à un niveau inférieur. Donc, dans la plupart des cas, l'inégalité ci-dessus mentionnée sera vérifiée pour des pays de petite taille.

5.2 Méthode ascendante

Conformément à l'aperçu qui a été donné au § 5.1, cette méthode permet d'effectuer directement des prévisions distinctes du trafic échangé entre différents pays. Si l'inégalité introduite au § 5.1 n'est pas vérifiée, ce qui peut être le cas pour des pays de grande taille, il suffit d'utiliser la méthode ascendante, et l'on peut donc faire appel à l'un des modèles de prévision mentionnés dans la Recommandation E.507 pour obtenir des prévisions concernant le trafic écoulé vers différents pays.

5.3 Méthode descendante

On recommande la plupart du temps d'utiliser la méthode descendante pour les prévisions relatives au trafic international échangé à partir d'un pays de petite taille. Un exemple détaillé de méthode de prévision descendante figure à l'annexe D.

La première étape de cette méthode consiste à trouver un modèle de prévision au niveau global qui puisse être un modèle assez complexe. On suppose que X_T représente les prévisions globales de trafic et que σ_T représente l'écart type estimé des prévisions.

L'étape suivante consiste à élaborer des modèles de prévision distincts pour le trafic écoulé vers différents pays. Supposons que X_i représente les prévisions relatives au trafic écoulé vers le $i^{\text{ème}}$ pays et que $\hat{\sigma}_i$ représente l'écart type. Dès lors, il faut corriger les prévisions distinctes $[X_i]$ en tenant compte des prévisions globales X_T . Nous savons que, en général

$$X_T \neq \sum_i X_i \quad (5-2)$$

Supposons que $[X_i]$ représente les corrections de $[X'_i]$ tandis que la prévision globale corrigée doit être $X'_T = \sum X'_i$.

La méthode permettant d'obtenir $[X'_i]$ est décrite dans l'annexe C.

6 Méthodes de prévision lorsque des observations manquent

6.1 Introduction

La plupart des modèles de prévision sont fondés sur des séries chronologiques régulièrement espacées. Si une observation ou une série d'observations manquent, il est nécessaire, soit d'utiliser une estimation des observations qui font défaut, puis d'utiliser le modèle de prévision, soit de modifier le modèle de prévision.

Tous les modèles de lissage sont appliqués sur des observations régulièrement espacées. Tous les modèles à autorégression à moyenne glissante intégrée (ARIMA: *autoregressive integrated moving average*) fonctionnent aussi sur une série chronologique régulièrement espacée, alors que les modèles de régression agissent sur des observations irrégulièrement espacées sans modification.

La littérature montre que la plupart des méthodes de prévision peuvent être formulées en tant que modèles linéaires dynamiques (DLM) (*dynamic linear models*). Le filtre de Kalman est une méthode linéaire permettant d'estimer les états dans une série chronologique qui est modélisée en tant que modèle linéaire dynamique. Le filtre de Kalman introduit une procédure récurrente pour calculer les prévisions dans un modèle linéaire dynamique qui est optimal, en ce sens qu'il minimise la moyenne des carrés des erreurs de prévision avec un intervalle d'anticipation. Le filtre de Kalman fournit aussi une solution optimale dans le cas de données manquantes.

6.2 Procédure d'ajustement fondée sur des observations comparables

Dans des cas où certaines observations manquent, il peut être possible d'utiliser des données apparentées pour procéder à une estimation de ces observations. Par exemple, si des mesures sont effectuées sur un ensemble de faisceaux de circuits se trouvant dans la même zone, les mesures de trafic exécutées sur divers faisceaux de circuits sont alors mises en corrélation, ce qui signifie que la mesure de trafic faite sur un faisceau de circuits donné à un certain degré explique les mesures de trafic faites sur d'autres faisceaux de circuits.

Lorsqu'il y a une corrélation étroite entre deux séries chronologiques de mesures de trafic, la modification relative en niveau et en tendance sera de la même ampleur.

Supposons qu'il existe un trou dans une série chronologique x_t d'observations équidistantes de 1 à n , x_t est par exemple l'accroissement annuel. Le trou se compose de k observations manquantes entre r et $r + k + 1$.

Une procédure d'estimation des observations manquantes est exposée ci-après:

- i) examiner des séries chronologiques semblables aux séries avec des observations manquantes et calculer l'intercorrélation;
- ii) identifier les séries chronologiques avec une intercorrélation étroite à l'écart zéro;
- iii) calculer le facteur de croissance Δ_{r+i} entre r et $r + k$ de la série chronologique y_t semblable:

$$\Delta_{r+i} = \frac{y_{r+i} - y_r}{y_{r+k+1} - y_r} \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (6-1)$$

- iv) les estimations des observations manquantes sont alors données par la formule suivante:

$$\hat{x}_{r+i} = x_r + \Delta_{r+i} (x_{r+k+1} - x_r) \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (6-2)$$

Exemple

Supposons que nous souhaitions prévoir la série chronologique x_t . La série fait l'objet d'observations de 1 à 10, mais les observations aux instants 6, 7 et 8 manquent. Toutefois, une série chronologique apparentée y_t est mesurée. Les mesures figurent au tableau 1/E.506.

TABLEAU 1/E.506

Mesures de deux séries chronologiques apparentées; une dont les observations font défaut

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_t	100	112	125	140	152	–	–	–	206	221
y_t	300	338	380	422	460	496	532	574	622	670

La dernière observation connue de x_t avant le trou à l'instant 5 est 152, alors que la première observation connue après le trou à l'instant 9 est 206.

D'où il découle que $r = 5$ et $k = 3$. Les calculs donnent:

$$\Delta_6 = \frac{496 - 460}{622 - 460} = \frac{36}{162}$$

$$\Delta_7 = \frac{532 - 460}{622 - 460} = \frac{72}{162}$$

$$\Delta_8 = \frac{574 - 460}{622 - 460} = \frac{114}{162}$$

$$\hat{x}_6 = 152 + \frac{36}{162} (206 - 152) = \underline{164}$$

$$\hat{x}_7 = 152 + \frac{72}{162} (206 - 152) = \underline{176}$$

$$\hat{x}_8 = 152 + \frac{114}{162} (206 - 152) = \underline{190}$$

6.3 Modification des modèles de prévision

L'autre possibilité de traitement des observations qui font défaut est d'élargir les modèles de prévision par des procédures spécifiques. Lorsque des observations manquent, on utilise pour estimer le trafic une procédure modifiée, au lieu d'un modèle de prévision ordinaire.

Pour illustrer cette procédure, nous considérons le lissage exponentiel simple. Le modèle de lissage exponentiel simple est exprimé par:

$$\hat{\mu}_t = (1 - a) y_t + a \hat{\mu}_{t-1} \quad (6-3)$$

où

y_t est le trafic mesuré à l'instant t ,

$\hat{\mu}_t$ est le niveau estimé à l'instant t ,

a est le facteur pondéré [et $(1 - a)$ est le paramètre de lissage].

La formule (6-3) est une formule de récurrence. La récurrence commence à l'instant 1 et finit à n s'il ne manque aucune observation. Une prévision d'un intervalle d'anticipation est alors donnée par:

$$\hat{y}_t(1) = \hat{\mu}_t \quad (6-4)$$

S'il manque certaines observations entre 1 et n , il est alors nécessaire de modifier la procédure de récurrence. Supposons maintenant que $y_1, y_2, \dots, y_r, y_{r+k+1}, y_{r+k+2}, \dots, y_n$ soient connus et que $y_{r+1}, y_{r+2}, \dots, y_{r+k}$ soient inconnus. La série chronologique a alors un trou qui se compose de k observations manquantes.

Le modèle de prévision modifié suivant pour le lissage exponentiel simple est proposé dans Aldrin [2].

$$\hat{\mu}_t = \begin{cases} (1 - a) y_t + a \hat{\mu}_{t-1} & t = 1, 2, \dots, r \\ (1 - a_k) y_t + a_k \hat{\mu}_t & t = r + k + 1 \\ (1 - a) y_t + a \hat{\mu}_{t-1} & t = r + k + 2, \dots, n \end{cases} \quad (6-5)$$

où

$$a_k = \frac{a}{1 + k(1 - a)^2} \quad (6-6)$$

En utilisant les formules (6-5) et (6-6), il est possible d'omettre la procédure de récurrence dans le trou entre r et $r + k + 1$.

Dans Aldrin [2] des procédures semblables sont proposées pour les modèles de prévision suivants:

- méthode Holt,
- lissage exponentiel double,
- méthode des moindres carrés pondérés avec niveau et tendance,
- méthodes saisonnières Holt-Winters.

Wright [17] et [18] suggère également des procédures spécifiques pour modifier les modèles de lissage lorsque des observations manquent.

Comme mentionné au premier paragraphe, les modèles de régression sont invariants des observations manquantes. Lorsque l'on utilise la méthode des moindres carrés, on attribue le même coefficient de pondération à toutes les observations. En conséquence, les observations manquantes n'affectent pas la procédure d'estimation et les prévisions sont faites de la façon habituelle.

En revanche, il est nécessaire de modifier les modèles ARIMA lorsque des observations manquent. Si des données font défaut, plusieurs procédures sont suggérées dans la littérature. L'idée fondamentale est de formuler le modèle ARIMA en tant que modèle linéaire dynamique. La fonction de vraisemblance est alors facile à obtenir et l'on peut estimer de façon récurrente les paramètres du modèle. A propos des travaux effectués dans ce domaine, il faut se référer à Jones [9] et [10], Harvey et Pierse [8], Ansley et Kohn [3] et Aldrin [2].

Les modèles linéaires dynamiques et le filtre de Kalman constituent une catégorie importante de modèles. Les modèles de lissage, les modèles ARIMA et les modèles de régression peuvent être formulés en tant que modèles linéaires dynamiques. Cela est décrit par exemple dans Abraham et Ledolter [1]. En utilisant des modèles linéaires dynamiques et le filtre de Kalman, les paramètres du modèle sont estimés d'une manière récurrente. La description figure par exemple dans Harrisson et Stevens [7], Pack et Whitaker [13], Moreland [12], Szelag [15] et Chemouil et Garnier [6].

Dans Jones [9] et [10], Barham et Dunstan [4], Harvey et Pierse [8], Aldrin [2] et Bolviken [5], on montre comment les modèles linéaires dynamiques et le filtre de Kalman traitent les observations manquantes.

Méthode composite – Méthode de conversion

A.1 Introduction

La présente annexe décrit une méthode d'estimation du trafic international fondée sur le nombre de minutes taxées par mois et sur divers coefficients de conversion. Elle a pour objet de montrer les possibilités de cette méthode, en analysant ces coefficients, dont elle souligne l'utilité.

Cette méthode présente deux grands avantages:

- 1) le nombre de minutes taxées par mois, que se communiquent régulièrement les Administrations pour les besoins de la comptabilité internationale, fournit un volume important et continu de données;
- 2) les facteurs de conversion sont directement influencés par les modifications des conditions d'exploitation, celles qui portent sur les tarifs et les améliorations du réseau par exemple, et grâce auxquelles les prévisions reflètent les objectifs des programmes dans ces domaines.

A.2 Procédure de base

A.2.1 Considérations générales

Les conversions doivent être spécifiques à chaque relation de trafic. Elles peuvent éventuellement se faire séparément pour chaque sens et chaque classe de trafic, mais dans ce cas, il y a lieu de tenir compte des communications payables à l'arrivée, des communications payables par cartes de crédit, des communications avec imputation au numéro personnel et des communications libre appel qui dans les relevés comptables peuvent survenir dans le sens opposé à celui du courant réel du trafic.

Le trafic moyen estimé acheminé pendant l'heure chargée (en erlangs) est calculé à partir des minutes taxées par mois à l'aide de la formule:

$$A = Mdh/60e \quad (A-1)$$

dans laquelle:

- A* est le trafic moyen estimé acheminé pendant l'heure chargée, en erlangs;
- M* est le nombre total mensuel de minutes taxées;
- d* est le rapport jour/mois, c'est-à-dire le rapport de la durée moyenne taxée pendant les jours ouvrables à la durée mensuelle taxée;
- h* est le rapport heure chargée/jour, c'est-à-dire le rapport de la durée taxée pendant l'heure chargée à la durée moyenne quotidienne taxée;
- e* est le coefficient d'efficacité, c'est-à-dire le rapport, pendant l'heure chargée, de la durée taxée à la durée d'occupation.

A.2.2 Nombre de minutes taxées par mois (*M*)

Comme les Administrations se communiquent le nombre de minutes taxées par mois pour les besoins de la comptabilité, on dispose normalement de relevés historiques portant sur plusieurs années. Dans certaines applications (les prévisions à long terme, par exemple), il peut être souhaitable d'utiliser le nombre de minutes taxées par an. Dans ce cas, on applique la même formule mais avec un facteur supplémentaire qui établit une relation entre les minutes taxées par an et les minutes taxées par mois chargé.

A.2.3 Rapport jour/mois (*d*)

Les termes du rapport sont le volume de trafic acheminé au cours d'un jour ouvrable typique et le volume total acheminé au cours d'un mois.

Ce rapport reflète à la fois le nombre de jours ouvrables par mois et les niveaux relatifs de trafic des jours ouvrables et des jours non ouvrables.

Il peut être fondé sur:

- les moyennes globales «typiques» (se trouvant dans la plage 0,03-0,04 par exemple); ou
- des mesures sur échantillons pour la relation; ou
- les calculs faisant intervenir les nombres de jours et les communications privées pour la relation et le mois; ou
- les objectifs des programmes de tarification et de promotion visant à diminuer les variations journalières.

Il convient de noter que si le trafic des jours non ouvrables dépasse celui des jours ouvrables, il peut être souhaitable d'en tenir compte en modifiant la base de prévision et de dimensionnement.

A.2.4 *Rapport heure chargée/jour (h)*

Pendant les jours ouvrables, le volume relatif de trafic moyen au cours de l'heure chargée dépend essentiellement de la différence entre l'heure locale du point d'origine et celle du point de destination. On s'est efforcé à deux reprises, et avec un succès modéré, de prévoir la distribution diurne du trafic sur la base de ces informations et du «degré de commodité» supposé au point d'origine et au point de destination. Cependant, l'importance des discordances justifie la mesure de la distribution diurne, qui permet ensuite de calculer le rapport heure chargée/jour.

Quand on ne dispose pas de mesures, il y a intérêt à prendre comme point de départ la Recommandation E.523. A partir des distributions théoriques qui figurent dans cette Recommandation, on trouve des variations du rapport heure chargée/jour allant de 10% pour une différence locale de 0 à 2 heures à 13,5% pour une différence de 7 heures.

Ce rapport est influencé par la manière dont les abonnés perçoivent les politiques en matière de qualité et de tarification. Dans certaines applications, il peut être souhaitable de choisir une valeur fondée sur les objectifs d'amélioration du service ou de stimulation du trafic, ou sur les programmes de tarification. L'expérience montre qu'à long terme on peut ainsi abaisser h à 6% ou moins.

A.2.5 *Coefficient d'efficacité (e)*

Le coefficient d'efficacité (rapport e , pendant l'heure chargée, de la durée taxée à la durée d'occupation) permet de déterminer, à partir de la durée taxée, l'occupation totale des circuits.

L'efficacité tend à se modifier avec le temps. A cet égard, l'efficacité est surtout fonction de la méthode d'exploitation (manuelle, semi-automatique, service automatique international), de l'existence d'abonnés B occupés et de la qualité du réseau distant.

On peut prévoir l'efficacité en extrapolant les tendances passées et en les ajustant pour tenir compte des améliorations prévues.

L'examen détaillé de l'efficacité et des mesures constitue également un avantage du point de vue de l'exploitation en ce sens qu'il permet éventuellement d'identifier des améliorations possibles et de quantifier les avantages qui en découleraient.

En fonctionnement automatique avec des systèmes de signalisation modernes, e peut atteindre des valeurs dépassant 0,9.

A.2.6 *Trafic moyen offert pendant l'heure chargée*

Il convient de noter que A est le trafic moyen acheminé pendant l'heure chargée (exprimé en erlangs).

On peut déterminer approximativement le trafic offert:

- en considérant qu'il est égal au trafic acheminé (le blocage n'étant pas significatif ou étant inconnu); ou
- en utilisant les méthodes de la Recommandation E.501.

A.3 *Rapports globaux*

La méthode de conversion détaillée décrite ci-dessus donne une idée des facteurs qui influencent l'efficacité globale du trafic et qui améliorent la précision des prévisions à court terme.

En ce qui concerne les prévisions à long terme et les applications pour lesquelles les mesures détaillées sont inexistantes ou inappropriées, il est suffisant de prendre en considération des valeurs «typiques» ou des valeurs propres pour le rapport global erlang/minute taxée. Les valeurs peuvent aller de 1/10 000 dans le cas des relations internationales existantes en 1990 à 1/25 000 dans le cas d'objectifs à long terme pour des relations plus efficaces.

Dans certaines applications, il pourrait être difficile de fonder des prévisions à long terme directement sur les rapports circuit/minute taxée.

ANNEXE B

(à la Recommandation E.506)

Exemple utilisant la méthode des moindres carrés pondérés

B.1 *Données télex*

Il a été procédé à l'analyse du trafic télex entre les pays suivants:

- Allemagne (D)
- Danemark (DNK)
- Etats-Unis d'Amérique (USA)
- Finlande (FIN)
- Norvège (NOR)
- Suède (S).

Les données se composent d'observations annuelles faites de 1973 à 1984 [19].

B.2 *Prévisions*

Avant d'utiliser la méthode des moindres carrés pondérés, il faut faire des prévisions distinctes pour les matrices de trafic. Dans cet exemple, on a utilisé pour les prévisions un modèle ARIMA (0,2,1) simple avec observations logarithmiques transformées sans variables explicatives. Il peut être possible de concevoir de meilleurs modèles de prévision pour le trafic télex entre les divers pays. Cependant, l'essentiel dans cet exemple est d'illustrer uniquement l'utilisation de la technique des moindres carrés pondérés.

Les prévisions pour 1984 fondées sur les observations de 1973 à 1983 figurent au tableau B-1/E.506.

Il faut noter qu'il n'existe pas de cohérence entre les prévisions totales des rangées et des colonnes, et les prévisions des éléments dans les matrices de trafic. Par exemple, le total du trafic télex sortant prévu à partir de l'Allemagne est de 28 005 alors que le total prévu dans la colonne est de 27 788.

On a utilisé la méthode des moindres carrés pondérés pour ajuster les prévisions et leur donner plus de cohérence, et pour se servir des prévisions des rangées/colonnes de même que les prévisions des éléments de trafic.

TABLEAU B-1/E.506

**Prévisions pour le trafic télex entre l'Allemagne (D), le Danemark (DNK),
les Etats-Unis d'Amérique (USA), la Finlande (FIN), la Norvège (NOR) et la Suède (S) en 1984**

Vers De	D	DNK	USA	FIN	NOR	S	Total	Total prévu
D	–	4869	12 630	2879	2397	5 230	28 005	27 788
DNK	5 196	–	1 655	751	1270	1 959	10 831	10 805
USA	11 103	1313	–	719	1657	2 401	17 193	17 009
FIN	2 655	715	741	–	489	1 896	6 496	6 458
NOR	2 415	1255	1 821	541	–	1 548	7 580	7 597
S	4 828	1821	2 283	1798	1333	–	12 063	12 053
Total	26 197	9973	19 130	6688	7146	13 034		
Total prévu	26 097	9967	19 353	6659	7110	12 914		

B.3 Ajustement des prévisions des matrices de trafic

Pour pouvoir utiliser la méthode des moindres carrés pondérés, il est nécessaire de disposer de coefficients de pondération et de prévisions distinctes. Les prévisions distinctes figurent au tableau B-2/E.506, alors que les coefficients de pondération sont fondés sur la moyenne des carrés des erreurs de prévision avec un intervalle d'anticipation.

Supposons que y_t est le trafic écoulé à l'instant t . Le modèle ARIMA (0,2,1) avec données transformées logarithmiques est donné par:

$$z_t = (1 - B)^2 \ln y_t = (1 - \theta B) a_t$$

ou

$$z_t = a_t - \theta a_{t-1}$$

où

$$z_t = \ln y_t - 2 \ln y_{t-1} + \ln y_{t-2},$$

a_t est un bruit blanc,

θ est un paramètre,

B est l'opérateur de décalage vers l'arrière.

La moyenne des carrés des erreurs de prévision avec un intervalle d'anticipation de z_t est:

$$MSQ = \frac{1}{n} \sum (z_t - \hat{z}_{t-1}(1))^2$$

où

$\hat{z}_{t-1}(1)$ est la prévision d'un intervalle d'anticipation.

Les résultats de l'utilisation de la méthode des moindres carrés pondérés figurent au tableau B-3/E.506 et ceux-ci montrent que les prévisions du tableau B-1/E.506 ont été ajustées. Dans cet exemple, il n'y a que de petites modifications qui sont occasionnées par la conformité étroite des prévisions des totaux des rangées/colonnes et des éléments de trafic.

TABLEAU B-2/E.506

Inverse des coefficients de pondération en tant que moyenne des carrés des erreurs de prévision avec un intervalle d'anticipation du trafic télex (100-4) entre l'Allemagne (D), le Danemark (DNK), les Etats-Unis d'Amérique (USA), la Finlande (FIN), la Norvège (NOR) et la Suède (S) en 1984

Vers De	D	DNK	USA	FIN	NOR	S	Somme
D	–	28,72	13,18	11,40	8,29	44,61	7,77
DNK	5,91	–	43,14	18,28	39,99	18,40	10,61
USA	23,76	39,19	–	42,07	50,72	51,55	21,27
FIN	23,05	12,15	99,08	–	34,41	19,96	17,46
NOR	21,47	40,16	132,57	24,64	–	17,15	20,56
S	6,38	12,95	28,60	28,08	8,76	–	6,48
Somme	6,15	3,85	14,27	9,55	12,94	8,53	

TABLEAU B-3/E.506

Prévisions télex ajustées en utilisant la méthode des moindres carrés pondérés

Vers De	D	DNK	USA	FIN	NOR	S	Total
D	–	4850	12 684	2858	2383	5 090	27 865
DNK	5 185	–	1 674	750	1257	1 959	10 825
USA	11 001	1321	–	717	1644	2 407	17 090
FIN	2 633	715	745	–	487	1 891	6 471
NOR	2 402	1258	1 870	540	–	1 547	7 617
S	4 823	1817	2 307	1788	1331	–	12 066
Total	26 044	9961	19 280	6653	7102	12 894	

ANNEXE C
(à la Recommandation E.506)

Description d'une procédure descendante

Supposons que

X_T est la prévision du trafic total,

X_i est la prévision du trafic acheminé vers le pays i ,

$\hat{\sigma}_T$ est l'écart type estimé de la prévision globale,

$\hat{\sigma}_i$ est l'écart type estimé de la valeur prévue pour le trafic acheminé vers le pays i .

Habituellement

$$X_T \neq \sum_i X_i \quad (\text{C-1})$$

il est donc nécessaire de trouver une correction

$$[X'_i] \text{ de } [X_i] \text{ et } [X'_T] \text{ de } [X_T]$$

en minimisant l'expression

$$Q = \alpha_0 (X_T - X'_T)^2 + \sum_i \alpha_i (X_i - X'_i)^2 \quad (\text{C-2})$$

avec

$$X'_T = \sum_i X'_i \quad (\text{C-3})$$

où α et $[\alpha_i]$ sont choisis de telle sorte que

$$\alpha_0 = \frac{1}{\hat{\sigma}_T^2} \text{ et } \alpha_i = \frac{1}{\hat{\sigma}_i^2} \quad i = 1, 2, \dots \quad (\text{C-4})$$

La solution du problème d'optimalisation donne les valeurs $[X'_i]$:

$$X'_i = X_i - \hat{\sigma}_i^2 \frac{\sum_i X_i - X_T}{\sum_i \hat{\sigma}_i^2 + \hat{\sigma}_T^2} \quad (\text{C-5})$$

Une inspection plus minutieuse de la base de données peut permettre de trouver d'autres moyens d'exprimer les coefficients $[\alpha_i]$, $i = 0, 1, \dots$. Par ailleurs dans certains cas, il est indiqué d'utiliser des critères différents pour trouver les valeurs de prévision corrigées $[X'_i]$. C'est ce que montre l'exemple de méthode descendante à l'annexe D.

Si, par contre, la variance de la prévision générale X_T est assez faible, on peut procéder comme suit:

Les corrections $[X_i]$ sont obtenues par minimisation de l'expression

$$Q' = \sum_i \alpha_i (X_i - X'_i)^2 \quad (\text{C-6})$$

avec

$$X_T = \sum X'_i \quad (C-7)$$

Si l'on choisit α_i , $i = 1, 2, \dots$ comme valeur inverse des variances estimées, la solution du problème d'optimisation est donnée par la formule:

$$X'_i = X_i - \frac{\hat{\sigma}_i^2}{\sum \hat{\sigma}_i^2} \sum X_i - X_T \quad (C-8)$$

ANNEXE D

(à la Recommandation E.506)

Exemple de méthode de modélisation descendante

Le modèle utilisé pour prévoir le trafic téléphonique acheminé vers les pays européens à partir de la Norvège comprend deux parties distinctes. La première consiste en un modèle économétrique applicable au trafic total écoulé dans le sens Norvège-Europe. La seconde est un modèle qui sert à obtenir la ventilation du trafic total entre les différents pays de destination.

D.1 *Modèle économétrique du trafic total écoulé dans le sens Norvège-Europe*

Avec un modèle économétrique, nous tentons d'expliquer l'évolution du trafic téléphonique (minutes taxées) en fonction des principales variables explicatives. Parfois nous manquons de données pour certaines variables, comme pour le tourisme par exemple; donc, les variables de ce type ne sont pas retenues dans le modèle.

On peut exprimer le modèle général par la formule suivante:

$$X_t = e^K \cdot PNB_t^a \cdot P_t^b \cdot A_t^c \cdot e^{u_t} \quad (t = 1, 2, \dots, N) \quad (D-1)$$

Dans cette formule,

- X_t est le trafic téléphonique demandé dans le sens Norvège-Europe à l'instant t (en minutes taxées);
- PNB_t est le produit national brut (PNB) de la Norvège en prix réels à l'instant t ;
- P_t est l'indice des taxes en prix réels pour le trafic acheminé de la Norvège vers l'Europe à l'instant t ;
- A_t est le pourcentage de trafic téléphonique écoulé en service automatique dans le sens Norvège-Europe, A_t permet de tenir compte de l'impact de l'automatisation. Pour des raisons statistiques (il est impossible de calculer le logarithme de zéro), la valeur A_t va de 1 à 2 et non pas de 0 à 1;
- K est la constante;
- a est l'élasticité par rapport au PNB;
- b est l'élasticité du prix;
- c est l'élasticité par rapport à l'automatisation;
- u_t est une variable stochastique représentant l'impact global des variables qui ne sont pas introduites de manière explicite dans le modèle et dont les effets tendent à se compenser (espérance mathématique de $u_t = 0$ et variance de $u_t = \sigma^2$).

Une analyse régressive (OLSQ) nous a permis d'obtenir les coefficients (élasticités) figurant dans le tableau D-1/E.506 pour le modèle de prévision du trafic téléphonique écoulé dans le sens Norvège vers Europe (nos calculs sont fondés sur des données qui correspondent à la période 1951-1980).

Les statistiques t doivent être comparées avec la distribution de Student avec $N - d$ degrés de liberté, où N représente le nombre d'observations et d le nombre de paramètres évalués. Dans cet exemple, $N = 30$ et $d = 4$.

Le modèle «explique» 99,7% des variations du trafic demandé dans le sens Norvège vers Europe au cours de la période 1951-1980.

Ce modèle logarithmique permet de tirer les conclusions suivantes:

- une augmentation du PNB de 1% se traduit par un accroissement du trafic téléphonique de 2,80%,
- une augmentation des taxes de 1%, en termes de prix réels, se traduit par une diminution de 0,26% du trafic téléphonique, et
- un accroissement de A_t égal à 1% se traduit par une augmentation du trafic de 0,29%.

Nous allons maintenant utiliser l'évolution prévue du PNB, des taxes applicables au trafic écoulé vers l'Europe et de l'automatisation de ce trafic pour prévoir l'évolution du trafic téléphonique dans le sens Norvège vers Europe à partir de l'équation suivante:

$$X_t = e_t^{-16,095} \cdot PNB_t^{2,80} \cdot P_t^{-0,26} \cdot A_t^{0,29} \quad (D-2)$$

TABLEAU D-1/E.506

Coefficients	Valeurs estimées	Statistiques t
K	-16,095	-4,2
a	2,799	8,2
b	-0,264	-1,0
c	0,290	2,1

D.2 *Modèle de décomposition du trafic total écoulé dans le sens Norvège vers Europe*

La méthode de décomposition consiste d'abord à utiliser la tendance pour prévoir le trafic écoulé vers chaque pays. Toutefois, plus nous avançons dans la période de prévision moins nous accordons d'importance à la tendance, c'est-à-dire que, pour chaque pays, nous laisserons la tendance converger sur l'augmentation du trafic total destiné à l'Europe. Ensuite, le trafic écoulé vers chaque pays est ajusté à la hausse ou à la baisse d'une valeur de pourcentage qui est la même pour tous les pays, de telle sorte que la somme du trafic écoulé vers chaque pays soit égale au trafic prévisionnel total écoulé vers l'Europe de l'équation (D-2).

Le modèle de décomposition peut être représenté par l'expression mathématique suivante:

Calcul de la tendance pour le pays i:

$$R_{it} = b_i + a_i \cdot t, \quad i = 1, \dots, 34 \quad t = 1, \dots, N \quad (D-3)$$

où

$R_{it} = \frac{X_{it}}{X_t}$ est la part du pays i dans le trafic total écoulé vers l'Europe;

X_{it} est le trafic écoulé vers le pays i à l'instant t ;

X_t est le trafic écoulé vers l'Europe à l'instant t ;

t est la variable de la tendance.

a_i et b_i sont deux coefficients qui s'appliquent spécifiquement au pays i ; a_i est la tendance du pays i . Nous avons estimé les coefficients par analyse régressive et fondé nos calculs sur le trafic enregistré pendant la période 1966-1980.

Les parts prévisionnelles attribuables au pays i sont ensuite calculées de la manière suivante:

$$R_{it} = R_{iN} + a_i \cdot (t - N) \cdot e^{-\frac{t-5}{40}} \quad (\text{D-4})$$

où N est la dernière année d'observation et e la fonction exponentielle.

Le facteur $e^{-\frac{t-5}{40}}$ est un facteur de correction qui permet de s'assurer que la croissance du trafic téléphonique acheminé vers chaque pays convergera sur la croissance du trafic total écoulé vers l'Europe après l'ajustement effectué dans l'équation (D-6).

Pour que la somme des parts revenant à chaque pays soit égale à un, il faut que

$$\sum_i R_{it} = 1 \quad (\text{D-5})$$

Nous obtenons ce résultat en posant l'égalité ci-après pour la part ajustée \tilde{R}_{it} :

$$\tilde{R}_{it} = R_{it} \frac{1}{\sum_i R_{it}} \quad (\text{D-6})$$

On calcule ensuite le trafic prévisionnel écoulé vers chaque pays en multipliant le trafic total acheminé vers l'Europe X_t par la part du trafic total revenant à chaque pays:

$$X_{it} = \tilde{R}_{it} \times X_t \quad (\text{D-7})$$

D.3 *Modèle économétrique utilisé pour prévoir le trafic téléphonique écoulé à partir de la Norvège vers l'Amérique centrale, l'Amérique du Sud, l'Afrique, l'Asie et l'Océanie*

Dans le cas présent, nous avons utilisé les mêmes variables explicatives et les mêmes estimations de coefficients. Notre analyse a montré que le nombre de postes téléphoniques en service dans chaque continent constitue une variable explicative plus satisfaisante et plus significative que le produit national brut pour prévoir le trafic écoulé vers tous les continents considérés.

Après avoir effectué une estimation simultanée par sections transversales/séries chronologiques, nous avons obtenu les coefficients repris dans le tableau D-2/E.506 pour le modèle de prévision du trafic téléphonique écoulé dans le sens Norvège vers les continents considérés (pour chaque continent, nos calculs sont fondés sur des données qui correspondent à la période 1961-1980):

TABLEAU D-2/E.506

Coefficients	Valeurs estimées	Statistiques t
Taxes	-1,930	-5,5
Postes téléphoniques	2,009	4,2
Automatisation	0,5	-

Nous avons: $R^2 = 0,96$. Le modèle peut être exprimé de la manière suivante:

$$X_t^k = e^K \cdot (TS_t^k)^{2,009} \cdot (P_t^k)^{1,930} \cdot (A_t^k)^{0,5} \quad (D-8)$$

où

X_t^k est le trafic téléphonique écoulé vers le continent k ($k =$ Amérique centrale, . . . , Océanie) à l'instant t ,

e^K est la constante spécifique à chaque continent. S'agissant du trafic téléphonique écoulé à partir de la Norvège vers:

l'Amérique centrale: $K^1 = -11,025$

l'Amérique du Sud: $K^2 = -12,62$

l'Afrique: $K^3 = -11,395$

l'Asie: $K^4 = -15,02$

l'Océanie: $K^5 = -13,194$

TS_t^k est le nombre de postes téléphoniques dont dispose le continent k à l'instant t ,

P_t^k est l'indice des taxes en termes de prix réels pour le trafic écoulé vers le continent k à l'instant t , et

A_t^k est le pourcentage de trafic téléphonique écoulé en service automatique vers le continent k .

Pour prévoir l'évolution du trafic téléphonique écoulé vers le continent considéré à partir de la Norvège, nous utilisons maintenant l'équation (D-8) ainsi que l'évolution prévue en ce qui concerne les taxes applicables au trafic écoulé vers chaque continent, la mise en service de postes téléphoniques dans chaque continent et l'automatisation du trafic téléphonique étudié.

Références

- [1] ABRAHAM (A.) et LEDOLTER (J.): Statistical methods for forecasting. *J. Wiley*, New York, 1983.
- [2] ALDRIN (M.): Forecasting time series with missing observations. *Stat 15/86 Norwegian Computing Center*, 1986.

- [3] ANSLEY (C. F.) et KOHN (R.): Estimation, filtering and smoothing in state space models with incomplete specified initial conditions. *The Annals of Statistics*, 13, pp. 1286 à 1316, 1985.
- [4] BARHAM (S. Y.) et DUNSTAN (F. D. J.): Missing values in time series. *Time Series Analysis: Theory and Practice 2*: Anderson, O. D., ed., pp. 25 à 41, North Holland, Amsterdam, 1982.
- [5] BØLVIKEN (E.): Forecasting telephone traffic using Kalman Filtering: Theoretical considerations. *Stat 5/86 Norwegian Computing Center*, 1986.
- [6] CHEMOUIL (P.) et GARNIER (B.): An adaptive short-term traffic forecasting procedure using Kalman Filtering. *XI International Teletraffic Congress*, Kyoto, 1985.
- [7] HARRISON (P. J.) et STEVENS (C. F.): Bayesian forecasting. *Journal of Royal Statistical Society. Ser B* 37, pp. 205 à 228, 1976.
- [8] HARVEY (A. C.) et PIERSE (R. G.): Estimating missing observations in econometric time series. *Journal of American Statistical As.*, 79, pp. 125 à 131, 1984.
- [9] JONES (R. H.): Maximum likelihood fitting of ARMA models to time series with missing observations. *Technometrics*, 22, n° 3, pp. 389 à 396, 1980.
- [10] JONES (R. H.): Time series with unequally spaced data. *Handbook of Statistics 5*. Ed. Hannah, E. J. et al., pp. 157 à 177, North Holland, Amsterdam, 1985.
- [11] KRUITHOF (J.): Telefoonverkeersrekening. *De Ingenieur*, 52, n° 8, 1937.
- [12] MORELAND (J. P.): A robust sequential projection algorithm for traffic load forecasting. *The Bell Technical Journal*, 61, pp. 15 à 38, 1982.
- [13] PACK (C. D.) et WHITAKER (B. A.): Kalman Filter models for network forecasting. *The Bell Technical Journal*, 61, pp. 1 à 14, 1982.
- [14] STORDAHL (K.) et HOLDEN (L.): Traffic forecasting models based on top down and bottom up models. *ITC 11*, Kyoto, 1985.
- [15] SZELAG (C. R.): A short-term forecasting algorithm for trunk demand servicing. *The Bell Technical Journal*, 61, pp. 67 à 96, 1982.
- [16] TU (M.) et PACK (D.): Improved forecasts for local telecommunications network. 6th International Forecasting Symposium, Paris, 1986.
- [17] WRIGHT (D. H.): Forecasting irregularly spaced data: An extension of double exponential smoothing. *Computer and Engineering*, 10, pp. 135 à 147, 1986.
- [18] WRIGHT (D. H.): Forecasting data published at irregular time intervals using an extension of Holt's method. *Management science*, 32, pp. 499 à 510, 1986.
- [19] *Tableau des relations et du trafic télex internationaux*, UIT, Genève, 1973-1984.