



UNION INTERNATIONALE DES TÉLÉCOMMUNICATIONS

UIT-T

SECTEUR DE LA NORMALISATION
DES TÉLÉCOMMUNICATIONS
DE L'UIT

Série G

Supplément 36
(11/1988)

SÉRIE G: RÉSEAUX NUMÉRIQUES, SECTIONS
NUMÉRIQUES ET SYSTÈMES DE LIGNE NUMÉRIQUE

**Accumulation de la gigue et du dérapage dans
les réseaux numériques**

Recommandations UIT-T de la série G – Supplément 36

Publié à l'origine dans le Livre bleu (1988) - Fascicule III.5

NOTES

1 Le Supplément 36 aux Recommandations de la série G a été approuvé à Melbourne (1988) et publié dans le fascicule III.5 du *Livre bleu*. Ce fichier est un extrait du *Livre bleu*. La présentation peut en être légèrement différente, mais le contenu est identique à celui du *Livre bleu* et les conditions en matière de droits d'auteur restent inchangées (voir plus loin).

2 Dans le présent Supplément, le terme «Administration» désigne indifféremment une administration de télécommunication ou une exploitation reconnue.

A titre d'exemple de la signification de ces facteurs, prenons la composante de bruit blanc MF de la figure I-2 (données affectées du signe plus). Pour le second retard de 10 000 s, la racine carrée de la variance par échantillon est 8×10^{-12} . L'intervalle de confiance de 90% pour la variance vraie est limité par les facteurs de confiance multipliés par la variance par échantillon. La racine carrée de la variance d'Allan est ainsi comprise entre $6,9 \times 10^{-12}$ et $9,8 \times 10^{-12}$ avec un niveau de confiance de 90%.

Référence

- [1] BARNES (J. A.): Data analysis and confidence intervals, *NBS Time and Frequency Seminar Notes*, Chapitre 6, août 1986.

Supplément n° 36

ACCUMULATION DE LA GIGUE ET DU DÉRAPAGE DANS LES RÉSEAUX NUMÉRIQUES

(mentionné dans la Recommandation G.824)

Le présent supplément décrit un modèle qui a été utilisé pour calculer l'accumulation de la gigue et du dérapage dans des réseaux numériques réalisés à partir de régénérateurs numériques et d'équipements multiplex numériques asynchrones montés en cascade. Ce modèle ne comprend pas d'autres sources de production de dérapage: par exemple, environnement, interruptions dans la distribution de la référence de synchronisation, etc.

1 Accumulation de la gigue et du dérapage – Régénérateur numérique

Le modèle le plus largement utilisé d'accumulation gigue/dérapage due à un régénérateur, modèle attribué à Chapman [1], traite le régénérateur comme un système linéaire invariant en dérive. Pour calculer la gigue/dérapage accumulée après N régénérateurs en cascade, on divise la gigue/dérapage intrinsèque d'un régénérateur en ses composantes aléatoires et systématiques. Le modèle de Chamzas [2] indique comment les variations stochastiques des circuits de reprise de rythme des régénérateurs influent sur l'accumulation gigue/dérapage. Les résultats de cette étude montrent que l'utilisation de la caractéristique de transfert gigue/dérapage *moyenne* appropriée, dans le modèle d'accumulation résumé ci-dessus pour des régénérateurs identiques, fournit une très bonne estimation de l'accumulation calculée dans l'hypothèse d'une variation stochastique des circuits de reprise de rythme.

Considérons le modèle de Chapman pour une chaîne de N régénérateurs *identiques*. Désignons par $H_1(j\omega)$ la caractéristique de transfert de gigue/dérapage pour un seul régénérateur et redéfinissons les composantes aléatoires et systématiques comme des composantes respectivement à corrélation nulle et à corrélation totale:

- la densité spectrale de puissance de la composante aléatoire de gigue/dérapage est:

$$\Phi_N^R(\omega) = \Phi_{i1}^R |H_1(j\omega)|^2 \frac{1 - |H_1(j\omega)|^{2N}}{1 - |H_1(j\omega)|^2} \quad (1)$$

où Φ_{i1}^R est la densité spectrale de puissance constante de gigue/dérapage aléatoire (indépendante de la séquence, plus une composante non corrélée dépendant de la séquence) produite intérieurement, pour un régénérateur unique;

- la densité spectrale de puissance de la composante systématique de gigue/dérapage est:

$$\Phi_N^S(\omega) = \Phi_{i1}^S |H_1(j\omega)|^2 \frac{|1 - H_1(j\omega)^N|^2}{|1 - H_1(j\omega)|^2} \quad (2)$$

où Φ_{i1}^S est la densité spectrale de puissance constante de la gigue/dérapage systématique (corrélée et dépendant de la séquence) produite intérieurement, pour un régénérateur unique. Φ_{i1}^R et Φ_{i1}^S peuvent être estimés à partir de mesures pratiques fondées sur la réponse (en gigue/dérapage) du régénérateur à des mots courts et à des mots longs provenant d'un générateur de séquences, et à partir d'études de corrélation.

S'il n'y a pas de pointes dans la caractéristique de transfert de gigue/dérapage du régénérateur, la gigue/dérapage systématique s'accumule beaucoup plus rapidement que la composante aléatoire [1], [4], [5]; c'est la raison pour laquelle on néglige souvent l'accumulation de gigue/dérapage aléatoire. Néanmoins, pour un grand nombre de régénérateurs ayant une caractéristique de transfert de gigue/dérapage comprenant des pointes, l'accumulation totale peut être dominée par la composante aléatoire.

2 Accumulation de la gigue et du dérapage – Equipement multiplex numérique asynchrone

Dans le cas d'une gigue/dérapage d'entrée gaussienne, ayant une amplitude efficace σ et une densité spectrale de puissance bilatérale $\Phi_{in}(f)$, la gigue/dérapage intrinsèque du multiplex, avant filtrage, est donnée par [6]:

$$\begin{aligned} \Phi_{out}(f) = & \text{sinc}^2 f \text{ rep } \Phi_{in}(f) + \sum_{n=1}^x \frac{p^2}{(2\pi n)^2} [\delta(f-n) + \delta(f+n)] \\ & + \sum_{n=1}^x \frac{\text{sinc}^2 f}{(2\pi n)^2} [\text{rep } Z_n(f-np) + \text{rep } Z_n(f+np)] \end{aligned} \quad (3)$$

où $\text{rep } X(f) = \sum_{k=-x}^x X(f-k)$

$$Z_n(f) = e^{-2\pi n \sigma} \left[\delta(f) + \sum_{k=1}^x \left[\frac{2\pi n}{k!} \right]^{2k} \Phi_{in}(f) * \dots * \Phi_{in}(f) \right]$$

k termes

ρ Rapport de bourrage du multiplexeur

f Fréquence de gigue/dérapage normalisée par rapport à la fréquence de bourrage maximale du multiplexeur

3 Méthode de combinaison

En supposant que l'accumulation de la gigue/dérapage provenant de chaque élément peut être modélisée par des variables aléatoires gaussiennes filtrées, on calcule le spectre de puissance ainsi que l'amplitude efficace en aval de chaque élément¹⁾ comme l'accumulation imputable aux éléments précédents, en appliquant les règles suivantes [3]:

- i) Le spectre de gigue/dérapage à la sortie d'une chaîne de régénérateurs est la somme des puissances de gigue/dérapage produites par les régénérateurs [équations (1) et (2)] et de toute gigue/dérapage à l'entrée de la chaîne, convenablement filtrée par la caractéristique de transfert équivalente de la gigue/dérapage. Ainsi, pour la gigue/dérapage d'entrée, $\Phi_{in}(\omega)$, la gigue/dérapage de sortie, $\Phi_{out}(\omega)$, est donnée par:

$$\begin{aligned} \Phi_{out}(\omega) = & \Phi_{i1}^R |H_1(j\omega)|^2 \frac{1 - |H_1(j\omega)|^{2\rho}}{1 - |H_1(j\omega)|^2} + \\ & + \Phi_{i1}^S |H_1(j\omega)|^2 \frac{|1 - H_1(j\omega)^N|^2}{|1 - H_1(j\omega)|^2} + \Phi_{in}(\omega) |H_1(j\omega)|^N \end{aligned} \quad (4)$$

- ii) Le spectre de gigue/dérapage à la sortie d'un démultiplexeur est la somme des puissances de la gigue/dérapage intrinsèque non filtrée du multiplex et de la gigue/dérapage d'entrée accumulée, au débit le plus élevé, affaiblie par la caractéristique de transfert de gigue/dérapage du désynchroniseur. Ainsi, si l'on désigne par $\Phi_{in,1}(\omega)$ la gigue/dérapage intrinsèque non filtrée du multiplex et par $\Phi_{in,2}(\omega)$ la gigue/dérapage d'entrée accumulée, au débit le plus élevé, la gigue/dérapage de sortie $\Phi_{out}(\omega)$ est donnée par:

$$\Phi_{out}(\omega) = \left\{ \Phi_{in,1}(\omega) + \frac{\Phi_{in,2}(\omega)}{r^2} \right\} |G(j\omega)|^2 \quad (5)$$

où r est le rapport de la fréquence de sortie du multiplexeur à la fréquence tributaire, et $G(j\omega)$ représente la caractéristique de transfert de gigue/dérapage du désynchroniseur.

¹⁾ Les équations qui suivent sont valables à la fois pour les spectres de puissance unilatéraux et bilatéraux et pour les caractéristiques de transfert correspondantes.

4 Définition de l'amplitude de gigue/dérépage crête à crête

La probabilité pour que la gigue/dérépage dépasse une amplitude de seuil particulière, $|x|$, n fois pendant l'intervalle de temps $(t, t + \Delta t)$, peut être décrite par une fonction de densité de Poisson [3]:

$$Pr\{n(\pm x) \text{ franchissements dans } (t, t + \Delta t)\} = \frac{\{\overline{N(x)}\Delta t\}^n}{n!} e^{-\overline{N(x)}\Delta t} \quad (6)$$

où $\overline{N(x)}$ est le nombre moyen de fois par seconde que le seuil $|x|$ est franchi.

Pour une gigue/dérépage gaussienne avec densité de puissance spectrale bilatérale $\Phi(\omega)$, $\overline{N(x)}$ est donné par [7]:

$$\begin{aligned} \overline{N(x)} &= N_0 e^{-x^2/2\sigma^2} \\ \text{où} \quad \sigma^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) d\omega \\ N_0 &= \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega^2 \Phi(\omega) d\omega}{2\pi\sigma^2} \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (7)$$

La probabilité que la gigue/dérépage ne franchisse pas le seuil pendant l'intervalle de temps $(t, t + \Delta t)$ est:

$$1 - P_0 = e^{-\overline{N(x)}\Delta t} \quad (8)$$

En résolvant l'équation par rapport au seuil:

$$|x| = \left\{ 2\sigma^2 \ln \left[N_0 \frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{1}{1-P_0}\right)} \right] \right\}^{1/2} \quad (9)$$

Si on suppose que chaque fois que le seuil est franchi, il peut en résulter un événement indésirable (dégradation), le temps moyen entre dégradations, MTBI (Mean time between impairments), peut être pris égal à:

$$MTBI = \frac{1}{\overline{N(x)}} \quad (10)$$

Ainsi l'équation (9) peut s'écrire:

$$|x| = \left\{ 2\sigma^2 \ln(N_0 MTBI) \right\}^{1/2} \quad (11)$$

Références

- [1] BYRNE (C. J.), KARAFIN (B. J.) et ROBINSON (D. B.) Jr.: Systematic Jitter in a Chain of Digital Regenerators, *Bell System Technical Journal*, novembre 1983.
- [2] CHAMZAS (C.): Accumulation of Jitter: A Stochastic Model, *AT&T Technical Journal*, vol. 64, n° 1, janvier 1985.
- [3] BATES (R. J. S.): A Model for Jitter Accumulation in Digital Networks, *Globecom' 83*, p. 145-149, 1983.
- [4] TRISCHITTA (P. R.): Jitter Accumulation in Fiber Optic Systems, *Rutgers*, The State University of New Jersey, mai 1986.
- [5] VARMA (E. L.) et WU (J.): Analysis of Jitter Accumulation in a Chain of PLL Timing Recovery Circuits, *Proceedings of the IEEE Globecom*, vol. II, p. 653-657, 1982.
- [6] DUTTWEILER (D. L.): Waiting Time Jitter, *Bell System Technical Journal*, vol. 51, n° 1, p. 165-208, 1972.
- [7] BENDAT (J. S.): Principles and Applications of Random Noise Theory, *Robert E. Krieger Publishing Company*, Huntington, New York, 1977.

