



UNIÓN INTERNACIONAL DE TELECOMUNICACIONES

**UIT-T**

SECTOR DE NORMALIZACIÓN  
DE LAS TELECOMUNICACIONES  
DE LA UIT

**Serie G**

**Suplemento 36**  
(11/1988)

SERIE G: REDES DIGITALES, SECCIONES DIGITALES  
Y SISTEMAS DE LÍNEA DIGITALES

---

**Acumulación de fluctuación de fase y  
fluctuación lenta de fase en las redes digitales**

Recomendaciones UIT-T de la serie G – Suplemento 36

Originalmente publicado en el Libro Azul (1988) - Fascículo III.5

---

## NOTAS

1 El Suplemento 36 a las Recomendaciones de la serie G se aprobó en Melbourne (1988) y se publicó en el fascículo III.5 del *Libro Azul*. Este fichero es un extracto del *Libro Azul*. Aunque la presentación y disposición del texto son ligeramente diferentes de la versión del *Libro Azul*, el contenido del fichero es idéntico a la citada versión y los derechos de autor siguen siendo los mismos (Véase a continuación).

2 Por razones de concisión, el término «Administración» se utiliza en el presente Suplemento para designar a una administración de telecomunicaciones y a una empresa de explotación reconocida.

© UIT 2004

Reservados todos los derechos. Ninguna parte de esta publicación puede reproducirse por ningún procedimiento sin previa autorización escrita por parte de la UIT.

Como ejemplo de lo que significan estos factores considérese la componente de ruido blanco de MF en la figura I-2 (datos indicados con el signo más). Para el retardo de 10 000 segundos, la raíz cuadrada de la varianza de las muestras es  $8 \times 10^{-12}$ . El intervalo de confianza del 90% para la varianza verdadera está limitado por los factores de confianza multiplicados por la varianza de las muestras. Esto implica que la raíz cuadrada de la varianza de Allan se encuentre entre  $6,9 \times 10^{-12}$  y  $9,8 \times 10^{-12}$  con un intervalo de confianza del 90%.

#### Referencia

- [1] BARNES (J. A.): Data Analysis and Confidence Intervals, *NBS Time and Frequency Seminar Notes*, capítulo 6, agosto de 1986.

#### Suplemento N.º 36

### ACUMULACIÓN DE FLUCTUACIÓN DE FASE Y FLUCTUACIÓN LENTA DE FASE EN LAS REDES DIGITALES

(citado en la Recomendación G.824)

En el presente suplemento se describe un modelo que se ha utilizado para calcular la acumulación de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase en las redes digitales producida por regeneradores digitales en cascada y multiplex digitales asíncronos. Este modelo no incluye otras fuentes de generación de fluctuación lenta de fase, por ejemplo, entorno, discontinuidades en la distribución de referencias de sincronización, etc.

#### 1 Acumulación de fluctuación de fase y fluctuación lenta de fase – Componente del regenerador digital

El modelo más utilizado de acumulación de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase del regenerador, atribuido a Chapman [1] trata el regenerador como un sistema lineal, de desplazamiento invariante. A fin de calcular la fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase acumulada tras N regeneradores en cascada, la fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase intrínseca del regenerador se desglosa en forma de componentes aleatoria y sistemática. El modelo de Chamzas de acumulación de fluctuación fase/fluctuación lenta de fase del regenerador [2] estudia la forma en que afectan las variaciones estocásticas en los circuitos de retemporización del regenerador a la acumulación de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase. Los resultados de este estudio demuestran que el uso de la característica media apropiada de transferencia de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase en el modelo de acumulación del regenerador idéntico, que se resume más arriba, proporciona una estimación muy buena de la acumulación de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase calculada suponiendo una variación estocástica de los circuitos de retemporización.

Utilizando el modelo de Chapman para una cadena de N regeneradores idénticos, definiendo  $H_1(j\omega)$  como la característica de transferencia de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase para un regenerador, y redefiniendo las componentes aleatoria y sistemática como componentes completamente descorrelacionada y correlacionada, respectivamente.

- la densidad espectral de potencia de la componente aleatoria de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase es:

$$\Phi_N^R(\omega) = \Phi_{i1}^R |H_1(j\omega)|^2 \frac{1 - |H_1(j\omega)|^{2N}}{1 - |H_1(j\omega)|^2} \quad (1)$$

donde  $\Phi_{i1}^R$  es la densidad espectral de potencia de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase constante, internamente generada, aleatoria (independiente de la configuración más dependiente de la configuración descorrelacionada);

- la densidad espectral de potencia de la componente sistemática de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase es:

$$\Phi_N^S(\omega) = \Phi_{i1}^S |H_1(j\omega)|^2 \frac{|1 - H_1(j\omega)^N|^2}{|1 - H_1(j\omega)|^2} \quad (2)$$

donde  $\Phi_{i1}^S$  es la densidad espectral de potencia de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase constante, internamente generada, sistemática (dependiente de la configuración correlacionada) para un regenerador  $\Phi_{i1}^R$  y  $\Phi_{i1}^S$  pueden estimarse por mediciones prácticas basadas en la respuesta de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase del regenerador a longitudes de palabra cortas y largas procedentes de un generador de configuraciones, y estudios de correlación.

Cuando no existe formación de cresta en la característica de transferencia fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase del regenerador, la fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase sistemática se acumula mucho más rápidamente que la fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase aleatoria [1], [4], [5]; resultado de ello es que la acumulación de fluctuación fase/fluctuación lenta de fase aleatoria se desprecia a menudo. Sin embargo, para un gran número de regeneradores con formación de crestas en la características de transferencia de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase, la acumulación de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase total puede estar dominada por la componente aleatoria.

## 2 Acumulación de fluctuación de fase y fluctuación lenta de fase – Componente de multiplex digital asíncrono

Con la fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase de entrada, que tiene una amplitud eficaz  $\sigma$ , y densidad espectral de potencia de doble banda lateral  $\Phi_{ent}(f)$ , la fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase intrínseca no filtrada del multiplex viene dada por [6].

$$\begin{aligned} \Phi_{sal}(f) = & \text{sinc}^2 f \text{ rep } \Phi_{ent}(f) + \sum_{n=1}^x \frac{p^2}{(2\pi n)^2} [\delta(f-n) + \delta(f+n)] \\ & + \sum_{n=1}^x \frac{\text{sinc}^2 f}{(2\pi n)^2} [\text{rep } Z_n(f-np) + \text{rep } Z_n(f+np)] \end{aligned} \quad (3)$$

donde  $\text{rep } X(f) = \sum_{k=-x}^x X(f-k)$

$$Z_n(f) = e^{-2\pi n \sigma} \left[ \delta(f) + \sum_{k=1}^x \left[ \frac{2\pi n}{k!} \right]^{2k} \Phi_{ent}(f) * \dots * \Phi_{ent}(f) \right]_{k \text{ términos}}$$

$p$  relación de relleno del multiplexor

$f$  frecuencia de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase normalizada por la máxima frecuencia de relleno del multiplexor

## 3 Método de combinación

Suponiendo que la acumulación de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase de cada parte componente puede modelarse por variables aleatorias gaussianas filtradas, el espectro de potencia y la amplitud eficaz después de cada parte componente<sup>1)</sup> se calcula como la acumulación debida a las partes precedentes según las reglas siguientes [3]:

- i) El espectro de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase a la salida de una cadena de regeneradores es la suma en potencia de la fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase generada por los regeneradores [ecuaciones (1) y (2)] y cualquier fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase a la entrada de la cadena, apropiadamente filtrada por la característica de transferencia de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase equivalente. Por tanto, para una fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase de entrada  $\Phi_{ent}(\omega)$ , la fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase  $\Phi_{sal}(\omega)$ , viene dada por:

$$\begin{aligned} \Phi_{sal}(\omega) = & \Phi_{i1}^R |H_1(j\omega)|^2 \frac{1 - |H_1(j\omega)|^{2y}}{1 - |H_1(j\omega)|^2} + \\ & + \Phi_{i1}^S |H_1(j\omega)|^2 \frac{|1 - H_1(j\omega)^N|^2}{|1 - H_1(j\omega)|^2} + \Phi_{ent}(\omega) |H_1(j\omega)^N|^2 \end{aligned} \quad (4)$$

- ii) El espectro de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase a la salida de un demultiplexor es la suma en potencia de la fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase intrínseca no filtrada del multiplex y la fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase de entrada acumulada de velocidad superior, atenuada por la característica de transferencia fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase del desincronizador. Por tanto, si  $\Phi_{ent,1}(\omega)$  es la fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase intrínseca no filtrada del multiplex y  $\Phi_{ent,2}(\omega)$  es la fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase de entrada acumulada de velocidad superior, la fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase de salida  $\Phi_{sal}(\omega)$ , viene dada por:

$$\Phi_{sal}(\omega) = \left\{ \Phi_{ent,1}(\omega) + \frac{\Phi_{ent,2}(\omega)}{r^2} \right\} |G(j\omega)|^2 \quad (5)$$

donde  $r$  es la relación frecuencia de salida del multiplexor/frecuencia del afluente, y  $G(j\omega)$  es la característica de transferencia fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase del desincronizador.

<sup>1)</sup> Las ecuaciones que siguen son válidas para espectros de potencia de banda única y de doble banda y las correspondientes características de transferencia.

#### 4 Definición de la amplitud de fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase cresta a cresta

La probabilidad de que la fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase exceda una determinada amplitud umbral  $|x|$   $n$  veces en el intervalo de tiempo  $(t, t + \Delta t)$ , puede describirse por una función de densidad de Poisson [3]

$$Pr\{n(\pm x) \text{ cruces en } (t, t + \Delta t)\} = \frac{\{\overline{N(x)\Delta t}\}^n}{n!} e^{-\overline{N(x)\Delta t}} \quad (6)$$

donde  $\overline{N(x)}$  es el número medio de veces por segundo que se excede el umbral  $|x|$ .

Para fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase gaussiana, con densidad espectral de potencia de doble banda lateral  $\Phi(\omega)$ ,  $\overline{N(x)}$  viene dada por [7]

$$\begin{aligned} \overline{N(x)} &= N_0 e^{-x^2/2\sigma^2} \\ \text{donde } \sigma^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) d\omega \\ N_0 &= \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \Phi(\omega) d\omega}{2\pi\sigma^2} \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (7)$$

La probabilidad de que la fluctuación de fase/fluctuación lenta de fase no exceda el umbral en el intervalo de tiempo  $(t, t + \Delta t)$  es

$$1 - P_0 = e^{-\overline{N(x)\Delta t}} \quad (8)$$

Resolviendo para el umbral,

$$|x| = \left\{ 2\sigma^2 \ln \left[ N_0 \frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{1}{1-P_0}\right)} \right] \right\}^{1/2} \quad (9)$$

Si suponemos que cada vez que se cruza el umbral, puede producirse un evento indeseable (degradación), el tiempo medio entre degradaciones, TMED, puede tomarse como

$$TMED = \frac{1}{\overline{N(x)}} \quad (10)$$

Por tanto, la ecuación (9) puede expresarse por

$$|x| = \left\{ 2\sigma^2 \ln(N_0 TMED) \right\}^{1/2} \quad (11)$$

#### Referencias

- [1] BYRNE (C. J.), KARAFIN (B. J.) y Jr. ROBINSON (D. B.): Systematic Jitter in a Chain of Digital Regenerators, *Bell System Technical Journal*, noviembre de 1983.
- [2] CHAMZAS (C.): Accumulation of Jitter: A Stochastic Model, *AT&T Technical Journal*, Vol. 64, N.º 1, enero de 1985.
- [3] BATES (R. J. S.): A Model for Jitter Accumulation in Digital Networks, *Globecom' 83*, páginas 145-149, 1983.
- [4] TRISCHITTA (P. R.): Jitter Accumulation in Fiber Optic Systems, *Rutgers*, The State University of New Jersey, mayo de 1986.
- [5] VARMA (E. L.) y WU (J.): Analysis of Jitter Accumulation in a Chain of PLL Timing Recovery Circuits, *Proceedings of the IEEE Globecom*, Vol. II, páginas 653-657, 1982.
- [6] DUTTWEILER (D. L.): Waiting Time Jitter, *Bell System Technical Journal*, Vol. 51, N.º 1, páginas 165-208, 1972.
- [7] BENDAT (J. S.): Principles and Applications of Random Noise Theory, *Robert E. Krieger Publishing Company*, Huntington, New York, 1977.





